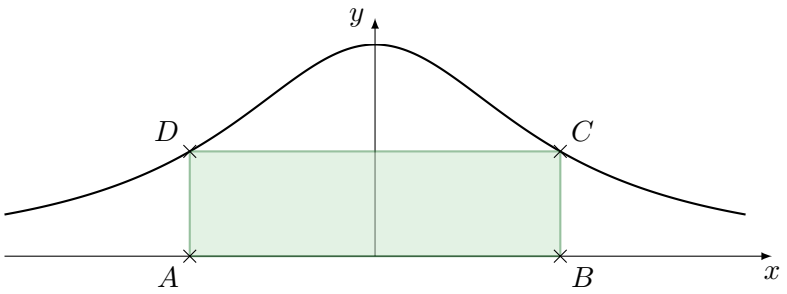
Anwendungen der Differenzialrechnung

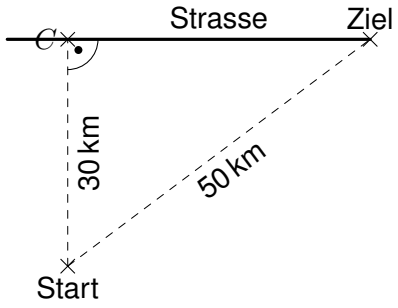
1. **Blechdose.** Eine Verpackungsfirma will eine zylinderförmige Konservendose mit einem Inhalt von einem Liter ($1\,\mathrm{dm}^3$) so herstellen, dass möglichst wenig Material verbraucht wird. Dazu muss die Oberfläche der Dose minimal sein. Welchen Radius und welche Höhe muss die Dose aufweisen?

2. Funktion. Gegeben ist die Funktion $f(x) = \frac{48}{x^2+12}$. Ein Rechteck mit den Ecken A und B auf der x-Achse und den Ecken C und D auf dem Funktionsgraphen soll maximalen Flächeninhalt haben. Wie lauten die Koordinaten der Punkte C und D?



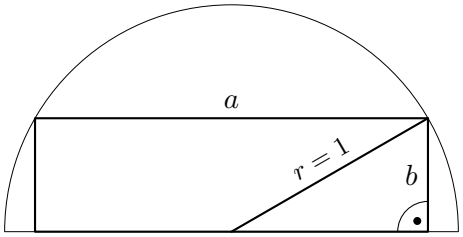
3. Rallye. Eine Rallye führt durch die Wüste. Das Ziel liegt 50 km vom Start entfernt. 30 km vom Start entfernt verläuft eine Strasse, die gerade zum Ziel führt. Ein Team kann mit dem

Fahrzeug durch die Wüste mit 60 km/h fahren und auf der Strasse mit 100 km/h. Welcher Weg ist der schnellste?



4. **Halbkreis.** Einem Halbkreis mit Radius 1 wird ein Rechteck so einbeschrieben, dass eine

Seite auf dem Durchmesser liegt. Welche Länge a und Breite b muss das Rechteck haben, damit seine Fläche möglichst gross wird?



5. **Bogenfenster.** Ein Bogenfenster besteht aus einem Rechteck mit aufgesetztem Halbkreis.

Wie müssen die Abmessungen des Fensters gewählt werden, damit bei einer Fensterfläche von $250\,\mathrm{dm}^2$ möglichst wenig Fensterumrandung benötigt wird?

6. Blechrinne. Aus einem Stück Blech von 60 cm Breite soll eine Rinne mit trapezförmigem Querschnitt hergestellt werden, indem auf beiden Seiten ein Teil des Blechs um 60° nach oben gebogen wird. Die Querschnittsfläche der Rinne soll möglichst gross werden. Wie viele Zentimeter x des Blechs müssen links und rechts nach oben gebogen werden?



7. **Newtonverfahren.** Bestimme die Nullstelle der Funktion $f(x) = e^x + x$ in der Nähe von $x_0 = 0$ mit Hilfe des Newtonverfahrens. Lösungsvideo

8. **Näherung für Pi.** Mit dem Newton-Verfahren kann eine Näherung für die Kreiszahl ermittelt werden. Die Funktion $f(x) = \sin(x)$ hat bekanntlich eine Nullstelle bei π. Nähere diese Nullstelle mit dem Newton-Verfahren an. Verwende $x_0 = 3$ als Startwert.