Bruchgleichungen

Die Grundmenge für dieses Arbeitsblatt ist $\mathbb{Q}$.

1. **Zahlen im Nenner.** Wie lautet die Lösungsmenge?

(a) $x + \frac{x}{3} + \frac{x}{6} = 45$

$\cdot 6$

$\left(x + \frac{x}{3} + \frac{x}{6}\right) \cdot 6 = 45 \cdot 6$

$6x + \frac{6x}{3} + \frac{6x}{6} = 45 \cdot 6$

$6x + 2x + x = 45 \cdot 6$

$9x = 45 \cdot 6 \mid : 9$

$x = \frac{45 \cdot 6}{9}$

$x = 30$

$L = \{30\}$

(b) $\frac{4x+1}{26} - \frac{2x-1}{39} = 0$

$\frac{4x+1}{2 \cdot 13} - \frac{2x-1}{3 \cdot 13} = 0 \quad \cdot 2 \cdot 3 \cdot 13$

$\frac{(4x+1) \cdot 2 \cdot 3 \cdot 13}{2 \cdot 13} - \frac{(2x-1) \cdot 2 \cdot 3 \cdot 13}{3 \cdot 13} = 0$

$(4x+1) \cdot 3 - (2x-1) \cdot 2 = 0$

(c) $\frac{x}{4} + \frac{1}{5} = \frac{x}{2} + \frac{x}{6}$

$\frac{x}{2 \cdot 2} + \frac{1}{5} = \frac{x}{2} + \frac{x}{2 \cdot 3} \quad \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$

$L = \left\{\frac{12}{25}\right\}$

1.b) $3(4x+1)-2(2x-1)=0$

$12x+3-4x+2=0$

$8x+5=0 \quad |-5$

$8x=-5 \quad |:8$

$x=\frac{-5}{8}$

$L=\left\{\frac{-5}{8}\right\}$

(d) $\frac{2x}{3} - \frac{4x}{9} = 31 - \frac{3x}{2}$ | · 18

$\frac{2x \cdot 18}{3}$

$12x - 8x = 31 \cdot 18 - 3 \cdot 9x$

$4x = 31 \cdot 18 - 27x$ | + 27x

$31x = 31 \cdot 18$ | : 31

$x = 18 = \frac{558}{31}$

$\mathbb{L} = \{18\}$

(e) $\frac{8x - 15}{12} + \frac{3x + 18}{15} = 2$

(f) $\frac{14}{3} - \frac{5x - 1}{6} = \frac{34x - 1}{3} - 7$

$\frac{1}{2} = 0{,}5$

2. MathemaTrick 1. Wie lauten die Definitionsmenge und die Lösungsmenge? Lösungsvideo

(a) $\frac{2}{x} = 4$

$D = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$

$\frac{2}{x} = 4 \quad | \cdot x$

$2 = 4x \quad | : 4$

$\frac{2}{4} = x$

$\frac{1}{2} = x$

$L = \{\frac{1}{2}\}$

2. (b) $\frac{3}{x-7} = 2$

$D = \mathbb{Q} \setminus \{7\}$

$| \cdot (x-7)$

$\frac{3(x-7)}{x-7} = 2(x-7)$

$3 = 2(x-7)$

$3 = 2x - 14 \quad | +14$

$17 = 2x \quad | : 2$

$\frac{17}{2} = x$

$L = \{\frac{17}{2}\}$

(c) $\frac{x-5}{x-2} = 1 - \frac{x+1}{x-2}$

2. (d) $\frac{2}{1+2x} = \frac{9}{3+6x} - \frac{1}{4-x}$

① $\frac{2}{1+2x} = \frac{3}{3(1+2x)} - \frac{1}{4-x} \quad | \cdot (1+2x)(4-x)$

$2(4-x) = 3(4-x) - 1(1+2x)$

$8 - 2x = 12 - 3x - 1 - 2x$

$8 - 2x = 11 - 5x \quad | +5x - 8$

$3x = 3 \quad | : 3$

$x = 1$

$L = \{1\}$

② $1 + 2x = 0 \quad | -1$

$2x = -1 \quad | : 2$

$x = -\frac{1}{2}$

$D = \mathbb{Q} \setminus \{4, -\frac{1}{2}\}$

3. Variable im Nenner. Wie lauten die Definitions- und Lösungsmenge?

(a) $\frac{2}{x} = \frac{x-3}{3x} - \frac{x+5}{4x}$

(b) $\frac{1}{x} + \frac{2x+5}{x+6} = 2$

(c) $\frac{2}{x-2} = \frac{1}{3}$

(d) $\dfrac{7}{x-4} - \dfrac{2}{x-4} = 1$

(e) $\dfrac{5(x-3)}{12x} - \dfrac{2(x+1)}{15x} = 1$

(f) $\dfrac{1}{4} - \dfrac{1}{2(x+5)} = \dfrac{3}{x+5}$

4. **MathemaTrick 2.** Wie lauten die Definitionsmenge und die Lösungsmenge? Lösungsvideo

$$\frac{x}{x-2} - \frac{1}{2} = \frac{3}{2x-4}$$

5. **Zuerst faktorisieren.** Wie lauten die Definitions- und Lösungsmenge? Hier müssen die Nenner zuerst faktorisiert werden.

(a) $\dfrac{4x-9}{x^2-3x-40} = \dfrac{3}{x+5}$

(b) $\dfrac{5}{x^2-9} - \dfrac{3}{x^2-6x+9} = 0$

(c) $\dfrac{32x-11}{15x-21} - \dfrac{2(x+9)}{25x-35} + \dfrac{16}{40x-56} = 1$

(d) $\dfrac{14-2x}{x-1}-\dfrac{9x+1}{1-x}=1$

(e) $\dfrac{2}{x-1}+\dfrac{3}{x-2}=\dfrac{20}{4x-7}$

(f) $\dfrac{9x-1}{x^2-9x+20} = \dfrac{5}{x-4} - \dfrac{1}{x-5}$

6. MathemaTrick 3. Wie lauten die Definitionsmenge und die Lösungsmenge? Lösungsvideo

$$\frac{2x}{7} + \frac{3x+1}{84x-7} = \frac{14x+2}{49}$$

7. Zusatzaufgaben Leicht. Wie lauten die Definitions- und Lösungsmenge?

(a) $\frac{13}{2+x} = 5$

(b) $\frac{3}{2+x} = \frac{1}{2}$

(c) $\frac{7}{x} + \frac{1}{2x} = \frac{5}{4}$

(d) $\frac{3}{x} = \frac{1}{3x} - 4$

(e) $\frac{3}{2+x} = \frac{1}{x+2} + 1$

(f) $\frac{3}{x} + \frac{1}{2x} - \frac{5}{4x} = \frac{9}{4}$

8. Zusatzaufgaben Mittel. Wie lauten die Definitions- und Lösungsmenge?

(a) $\dfrac{3}{2+x} = \dfrac{1}{x}$

(b) $\dfrac{3}{x} = \dfrac{5}{x+1}$

(c) $\dfrac{5}{1+2x} - \dfrac{3}{x} = 0$

(d) $\frac{6}{3+2x} = \frac{4}{x}$

(e) $\frac{5}{3+4x} = \frac{2}{x}$

(f) $\frac{3}{2+x} = \frac{5}{3x}$

9. Zusatzaufgaben Schwieriger. Wie lauten die Definitions- und Lösungsmenge?

(a) $\frac{3}{x} = \frac{1}{x^2} + \frac{4}{2x}$

(b) $\frac{5}{4x} + \frac{2}{x^2} = \frac{5}{2x}$

(c) $\frac{3}{x+1} + \frac{15}{x^2+x} = 0$

(d) $\dfrac{5}{x-2} = \dfrac{3+x}{x^2-2x}$

(e) $\dfrac{3x+1}{x-4} = \dfrac{5-x}{4-x}$

(f) $\dfrac{5}{2-x} = \dfrac{7-9x}{2x^2-4x}$

(g) $\frac{4}{x} - \frac{3}{x+1} = \frac{2x+1}{x^2+x}$

(h) $\frac{5}{x-2} + \frac{2}{2-x} = \frac{5}{3x}$

(i) $\frac{3}{x-2} + \frac{2}{x} = \frac{13}{2x}$

(j) $\frac{2}{x+5}+\frac{5}{3x}=\frac{3}{x}$

(k) $\frac{x+1}{x-2}=\frac{x+3}{x+4}$

(l) $\frac{2x+1}{x-1}=\frac{3+2x}{x+2}$

10. Subtrahieren und Dividieren. 🏆 Pascal verwechselt das Subtrahieren mit dem Dividieren. Anstatt x durch a zu teilen, subtrahiert er a von x. Trotzdem erhält er das richtige Ergebnis. Wie lautet x?

(a) $a = 2$

(b) $a = 10$

(c) $a = -10$

11. Rätsel. Löse die Bruchgleichungen. Suche für jede Aufgabe die Lösung in der Tabelle und notiere dir den entsprechenden Buchstaben. Wie lautet das Lösungswort?

(a) $\dfrac{5}{x+1} = \dfrac{3}{x}$

(b) $\dfrac{2}{x} + \dfrac{5}{6} = \dfrac{9}{4x}$

(c) $\dfrac{x}{2x+1} = \dfrac{3}{4} + \dfrac{x+1}{2+4x}$

(d) $\dfrac{5}{x-2} + \dfrac{3}{8-4x} = \dfrac{-17}{12}$

(e) $\dfrac{2}{x^2-x} + \dfrac{3}{4-4x} = \dfrac{1}{2x}$

(f) $\dfrac{x+1}{x} = \dfrac{2}{3x} + \dfrac{4}{5x}$

(g) $\dfrac{1}{x+1} - \dfrac{2}{x} = \dfrac{5+x}{2x^2+2x}$

Lösung	-3	$\frac{-5}{4}$	-1	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{7}{15}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{3}{2}$	2	$\frac{5}{2}$
Buchstabe	E	U	E	R	A	H	N	B	C	G