Gleichungen

1. **Lösungsmenge.** Gib zu den folgenden Gleichungen jeweils die Lösungsmenge L für die vorgegebene Definitionsmenge D an.

Gleichung	$D = \mathbb{N}$	$D = \mathbb{Z}$
$x = -5$	$L = \{\}$	$L = \{-5\}$
$x = 0$		
$2x = 1$		
$x = x$		
$x = x + 1$		
$2x = x$		
$x^2 = 4$		
$x^2 = 2$		
$x^2 = -1$		

2. **Einfache Gleichungen.** Löse die folgenden Gleichungen schrittweise nach x auf. Gib bei jedem Schritt an, was für eine Art Äquivalenzumformung du verwendest.
   - Addition/Subtraktion eines Terms, z.B. $-2x$.
   - Multiplikation mit oder Division durch eine Zahl, z.B. $: 3$.
   - Art einer Termumformung, z.B. «Distributivgesetz».

   Gib am Schluss die Lösungsmenge der Gleichung an.

   Beispiel. $5(x-3) = 2x + 3$

   $$\begin{array}{rl|l} 5(x-3) &= 2x+3 & \textit{Distributivgesetz} \\ 5x-15 &= 2x+3 & -2x \\ 3x-15 &= 3 & +15 \\ 3x &= 18 & :3 \\ x &= 6 & \end{array}$$

   Die Lösungsmenge ist $L = \{6\}$.

   (a) $8x = 24$

   (b) $-4x = 8$

   (c) $-12x - 8 = -2x - 9$

   (d) $(x-2)^2 = x(x-4) + 4$

   (e) $5x(x-1) - (2x+3)^2 - (x-5)(x+3) - 6 = 0$

3. Einfache lineare Gleichungen.

(a) $5 - x = 25 + 3x - 4$

(b) $16 + 2x = 56 - 8x - 20$

(c) $2x - 22 - 9x = 42 + 11x - 100$

(d) $19x - 32 + 17x = 18x - 30 + 16x - 3$

4. Lineare Gleichungen mit einfachen Klammern.

(a) $0 = 8x - (4x + 12)$

(b) $7x - 10 = 15 - (x - 14)$

(c) $7(x + 1) = 6(x - 1)$

(d) $57 - 2(x + 21) = 63 - 2(3x + 4)$

(e) $5(x + 7) + 2(x + 7) - 4(x + 7) = 3$

(f) $15 - 3(2x - 1) = 16(x + 1) - 2(x - 1)$

5. Lineare Gleichungen mit Produkten von Klammern.

(a) $(x + 1)(x + 7) = (x + 2)(x + 3)$

(b) $2(x + 2)(x + 5) = (2x + 7)(x + 3)$

(c) $2x^2 - (x + 3)(x - 3) = (x + 1)^2$

(d) $(x + 3)(x - 5) = (x - 3)^2$

6. Bauernhof. Du kommst an einem Bauernhof vorbei. Die Bäuerin sagt dir, dass sie drei Mal so viele Hühner wie Kühe hat. Insgesamt zählst du 250 Beine. Wie viele Kühe gibt es auf dem Bauernhof?

7. Rechteck. Die Länge a eines Rechtecks ist viermal so gross wie die Breite b. Wenn die Breite um 5 cm verlängert und die Länge um 10 cm verkürzt wird, so vergrössert sich die Fläche um 200 cm^2. Wie lang und breit ist das ursprüngliche Rechteck?

8. Welche Zahl. Zwei natürliche Zahlen haben eine Differenz von drei. Ihre Quadrate haben eine Differenz von 381. Wie lautet die kleinere der beiden Zahlen?

9. Welche Zahl. Wird zu einer Zahl sechs addiert und anschliessend rechts die Ziffer 4 angefügt, so entsteht das Zwölffache der Zahl.

10. Welche Zahl. Werden auf der rechten Seite einer Zahl die Ziffern 72 angefügt, so entsteht das 102-Fache der Zahl.

11. Fünf Zahlen. Die Summe von fünf aufeinanderfolgenden Zahlen der Viererreihe beträgt 420. Wie lautet die kleinste dieser Zahlen?

12. Alter. 🏆 Maria ist heute 24 Jahre alt. Sie ist doppelt so alt wie Anna war, als Maria so alt war wie Anna jetzt ist. Wie alt ist Anna heute?

13. Party. 🏆 An einer Party stossen alle miteinander an. Da fünf Gäste unangemeldet gekommen sind, hört man die Gläser 110 Mal mehr als ursprünglich erklingen. Wie viele Gäste nahmen insgesamt an der Party teil?