Musterprobe Ganze Zahlen

Zeit: 40 Minuten, keine Hilfsmittel

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	Total	Note
max. Punkte	10	6	6	9	6	7	8	52	
Punkte									

1. Sprache. **(10P)**

(a) Übersetze $3(2+9)=33$ in die deutsche Sprache. (3P)

Lösung: Es sind verschiedene Formulierungen möglich, beispielsweise:

- «Das Produkt aus Drei und der Summe von Zwei und Neun ist gleich Dreiunddreissig.»
- «Wenn Drei mit der Summe von Zwei und Neun multipliziert wird, ergibt sich Dreiunddreissig.»

Bewertung:

- Fachbegriffe verwendet **1P**
- mathematisch korrekt **1P**
- zusätzlich fehlerfreie Sprache **1P**

(b) Übersetze die folgende Rechenvorschrift in mathematische Schreibweise und berechne das Ergebnis: «Multipliziere die Differenz von Drei und Sieben mit der Summe von Zwei und Drei.» (3P)

Lösung: $(3-7)(2+3)=(-4)\cdot 5=-20$

Bewertung:

- korrekt übersetzt (inkl. Reihenfolge und Klammern) **2P**
- korrektes Ergebnis **1P**

(c) Nenne den vollständigen Namen des mathematischen Gesetzes $a+b=b+a$. Formuliere seine Bedeutung in deutscher Sprache. (4P)

Lösung: Es sind verschiedene Formulierungen möglich, beispielsweise:

Es ist das Kommutativgesetz der Addition. Es besagt, dass das Ergebnis einer Addition gleich bleibt, wenn die Reihenfolge der Summanden vertauscht wird.

Bewertung:

- korrekter Name (inkl. Addition) **1P**
- korrekte Erklärung **2P**
- zusätzlich fehlerfreie Sprache **1P**

2. Faktorisieren. Zerlege die folgenden Terme in möglichst viele Faktoren. Gib bei jeder Teilaufgabe an, welche Gesetze du verwendest. **(6P)**

(a) $s^2 + 4s - 21$ (2P)

Lösung: $s^2 + 4s - 21 = \boxed{(s+7)(s-3)}$

Zweiklammeransatz

Bewertung:

- Korrekte Lösung **1P**
- zusätzlich Zweiklammeransatz **1P**

(b) $5a^2 - 20ab + 20b^2$ (4P)

Lösung: $5a^2 - 20ab + 20b^2 = 5\left(a^2 - 4ab + 4b^2\right) = \boxed{5(a-2b)^2}$

Distributivgesetz, dann zweite binomische Formel

Bewertung:

- korrekt ausgeklammert (Zwischenschritt) **1P**
- korrekte Lösung **1P**
- zusätzlich Distributivgesetz **1P**
- zusätzlich zweite binomische Formel **1P**

3. Rechnen. Berechne das Ergebnis. Halte deinen Rechenweg fest. **(6P)**

(a) 102^2 (3P)

Lösung: Mittels der ersten binomischen Formel:

$$102^2 = (100+2)^2 = 100^2 + 2 \cdot 100 \cdot 2 + 2^2 = 10'000 + 400 + 4 = \boxed{10'404}$$

Bewertung:

- Rechenweg nachvollziehbar **1P**
- Verwendung der ersten binomischen Formel **1P**
- zusätzlich korrekte Lösung **1P**

(b) 2^{2^3} (3P)

Lösung: Potenzen werden von oben nach unten gerechnet (Assoziativgesetz).

$$2^{2^3} = 2^{\left(2^3\right)} = 2^8 = 256$$

Bewertung:

- Rechenweg nachvollziehbar **1P**
- Richtige Reihenfolge **1P**
- zusätzlich korrekte Lösung **1P**

4. Primfaktorzerlegung. **(9P)**

(a) Bestimme die Primfaktorzerlegung von 120 und 450. (3P)

Lösung:

$120 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$ $\qquad$ $450 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$

Bewertung:

- pro korrekte Primfaktorzerlegung **1P**
- zusätzlich korrekte Notation und Reihenfolge der Faktoren **1P**

(b) Bestimme den grössten gemeinsamen Teiler von 120 und 450. (3P)

Lösung:

$120 =$	2	$\cdot$	2	$\cdot$	2	$\cdot$	3			$\cdot$	5	
$450 =$	2					$\cdot$	3	$\cdot$	3	$\cdot$	5	$\cdot$ 5
$\mathrm{ggT}(120, 450) =$	2					$\cdot$	3			$\cdot$	5	$= 30$

Bewertung:

- relevante Primfaktoren markiert **1P**
- korrekte Lösung **2P**
- korrekte Lösung mit Folgefehler aus Aufgabe a **1P**

(c) Bestimme das kleinste gemeinsame Vielfache von 120 und 450. (3P)

Lösung:

$120 =$	2	$\cdot$	2	$\cdot$	2	$\cdot$	3			$\cdot$	5			
$450 =$	2					$\cdot$	3	$\cdot$	3	$\cdot$	5	$\cdot$	5	
$\mathrm{kgV}(120, 450) =$	2	$\cdot$	2	$\cdot$	2	$\cdot$	3	$\cdot$	3	$\cdot$	5	$\cdot$	5	$= 1800$

Bewertung:

- relevante Primfaktoren markiert **1P**
- korrekte Lösung **2P**
- korrekte Lösung mit Folgefehler aus Aufgabe a **1P**

5. Gleichung auflösen. **(6P)**

Löse die folgende Gleichung schrittweise nach x auf. Das bedeutet, dass du jede Äquivalenzumformung auf einer neuen Zeile schreibst. Gib die Lösungsmenge L für die Grundmenge $\mathbb{N}$ an.

$$(x+3)^2 = -x(3-x) - 18$$

Lösung:

$(x+3)^2 = -x(3-x) - 18$	links: erste binomische Formel
$x^2 + 6x + 9 = -x(3-x) - 18$	rechts: Distributivgesetz
$x^2 + 6x + 9 = -3x + x^2 - 18$	$-\,x^2$
$6x + 9 = -3x - 18$	$+\,3x$
$9x + 9 = -18$	$-\,9$
$9x = -27$	$:\,9$
$x = -3$	

Die Lösungsmenge ist $L_x = \{\}$.

Bewertung:

- korrekte Umformung mit Protokoll **4P**
- korrekte Lösung für x **1P**
- zusätzlich korrekte Lösungsmenge **1P**

6. Zahlenrätsel. Die Summe vier aufeinanderfolgender Zahlen ist 2058. Wie lauten die vier Zahlen? (7P)

Löse die Aufgabe mit einer Gleichung und antworte mit einem vollständigen Satz.

Lösung:

$x + (x+1) + (x+2) + (x+3) = 2058$	zusammenfassen
$4x + 6 = 2058$	$-\,6$
$4x = 2052$	$:\,4$
$x = 513$	

Die Zahlen lauten 513, 514, 515 und 516.

Bewertung:

- Gleichung korrekt aufstellen **2P**
- korrekte Umformung mit Protokoll **2P**
- korrekte Lösung für x **1P**
- zusätzlich alle Zahlen korrekt angeben **1P**
- zusätzlich vollständiger Antwortsatz **1P**

7. Zwei aus Fünf. Markiere jeweils die zwei korrekten Antworten. **(8P)**

Pro korrekte Markierung **1P**, pro falsche Markierung **-1P**.

(a) Was trifft auf die Menge $\mathbb{Z}^+$ zu? (2P)

◯ Sie enthält keine positiven Zahlen.

√ **Sie enthält keine negativen Zahlen.**

◯ Sie enthält endlich viele Zahlen.

√ **Sie enthält unendlich viele Zahlen.**

◯ Sie enthält alle natürlichen Zahlen.

(b) Welche Rechengesetze werden für die Umformung $3(x+2)^2 = 3x^2+12x+12$ benötigt? (2P)

√ **erste binomische Formel**

◯ zweite binomische Formel

◯ dritte binomische Formel

√ **Distributivgesetz**

◯ Kommutativgesetz

(c) Welche Aussage trifft auf **alle** Terme zu? (2P)

◯ hat einen bestimmten Wert

√ **ist eine gültige Rechenvorschrift**

◯ enthält mindestens eine Variable

√ **kann Variablen enthalten**

◯ kann Gleichheitszeichen enthalten

(d) Was trifft immer auf die Zahl $-a$ zu? (2P)

◯ Sie ist eine natürliche Zahl.

◯ Sie ist eine negative Zahl.

√ **Sie ist die Gegenzahl von a.**

◯ Sie ergibt mit a multipliziert Eins.

√ **Sie ergibt zu a addiert Null.**