Merkblatt Rationale Zahlen

Brüche

Ein **Bruch** ist eine alternative Schreibweise für eine Division

$$a : b = \frac{a}{b} \qquad \text{Dividend} : \text{Divisor} = \frac{\text{Zähler}}{\text{Nenner}}$$

Die Menge der **rationalen Zahlen** $\mathbb{Q}$ umfasst alle vollständig gekürzten Brüche mit einer ganzen Zahl z im Zähler und einer positiven ganzen Zahl n im Nenner.

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{z}{n} \mid z \in \mathbb{Z} \quad n \in \mathbb{Z}^+ \quad \text{ggT}(z;\ n) = 1 \right\}$$

Eine ganze Zahl wird dargestellt, indem der Nenner 1 gesetzt wird, d.h. $5 = \frac{5}{1}$.

Potenzgesetze

Beschreibung	**Gesetz**	**Beispiel**
negativer Exponent	$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$	$5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25}$
negative Basis, n gerade	$(-a)^n = a^n$	$(-x)^2 = x^2$
negative Basis, n ungerade	$(-a)^n = -a^n$	$(-x)^3 = -x^3$
gleiche Basis, Multiplikation	$a^n a^k = a^{n+k}$	$x^2 x^3 = x^{2+3} = x^5$
gleiche Basis, Division	$\frac{a^n}{a^k} = a^{n-k}$	$\frac{x^2}{x^5} = x^{2-5} = x^{-3}$
gleicher Exponent, Multiplikation	$a^n b^n = (ab)^n$	$(5x)^2 = 5^2 x^2 = 25x^2$
gleicher Exponent, Division	$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$	$\frac{5^2}{x^2} = \left(\frac{5}{x}\right)^2$
Potenz einer Potenz	$(a^n)^k = \left(a^k\right)^n = a^{nk}$	$\left(a^2\right)^3 = a^{2\cdot 3} = a^6$

Stellenwertsystem

Die Dezimalzahl 42.875 bedeutet, dass 4 Zehner, 2 Einer, 8 Zehntel, 7 Hundertstel und 5 Tausendstel addiert werden:

Stelle	1	0	-1	-2	-3
Stellenwert (Potenz)	10^1	10^0	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}
Stellenwert	10	1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$
Ziffer	4	$2.$	8	7	5
Wert	$4 \cdot 10$	$2 \cdot 1$	$8 \cdot \frac{1}{10}$	$7 \cdot \frac{1}{100}$	$5 \cdot \frac{1}{1000}$

SI-Präfixe

Präfix	**Bezeichnung**	**Wert**
P – Peta	Billiarde (engl. *quadrillion*)	$10^{15} = 1'000'000'000'000'000$
T – Tera	Billion (engl. *trillion*)	$10^{12} = 1'000'000'000'000$
G – Giga	Milliarde (engl. *billion*)	$10^{9} = 1'000'000'000$
M – Mega	Million	$10^{6} = 1'000'000$
k – Kilo	Tausend	$10^{3} = 1000$
h – Hekt	Hundert	$10^{2} = 100$
da – Deka	Zehn	$10^{1} = 10$
–	–	$10^{0} = 1$
d – Dezi	Zehntel	$10^{-1} = 0.1$
c – Zenti	Hundertstel	$10^{-2} = 0.01$
m – Milli	Tausendstel	$10^{-3} = 0.001$
μ – Mikro	Millionstel	$10^{-6} = 0.000\,001$
n – Nano	Milliardstel (engl. *billionth*)	$10^{-9} = 0.000\,000\,001$
p – Piko	Billionstel (engl. *trillionth*)	$10^{-12} = 0.000\,000\,000\,001$
f – Femto	Billiardstel (engl. *quadrillionth*)	$10^{-15} = 0.000\,000\,000\,000\,001$