Aufgabensammlung BSKM Sek I

AG BSKM

09.02.2025

Übersicht

Bruchrechnen:	60 Aufgaben
Proportionalität und Prozentrechnung:	60 Aufgaben
Terme:	60 Aufgaben
Lineare Gleichungen:	64 Aufgaben
Pythagoras:	60 Aufgaben

Inhaltsverzeichnis

1 Bruchrechnen

Aufgabe 1.01

Formen Sie in einen vollständig gekürzten Bruch um:

$$\frac{10}{3} - \left(\frac{7}{6} - \frac{1}{7}\right) =$$

$$\frac{10}{3} - \frac{7}{6} + \frac{1}{7} = \frac{140}{42} - \frac{49}{42} + \frac{6}{42} = \frac{140 - 49 + 6}{42} = \frac{97}{42}$$

Aufgabe 1.02

Formen Sie in einen vollständig gekürzten Bruch um:

$$\frac{\frac{9}{14}}{\frac{15}{56}} \cdot \frac{35}{24} =$$

$$\frac{9}{14} \cdot \frac{56}{15} \cdot \frac{35}{24} = \frac{3}{2} \cdot \frac{8}{5} \cdot \frac{35}{24} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1} \cdot \frac{7}{1} = \frac{7}{2}$$

Aufgabe 1.03

Ordnen Sie folgende Zahlen nach aufsteigender Grösse:

$$\frac{7}{6} \qquad -\frac{6}{10} \qquad -\frac{7}{11} \qquad \frac{13}{10} \qquad \frac{4}{3}$$

$$-\frac{7}{11} \quad < \quad -\frac{6}{10} \quad < \quad \frac{7}{6} \quad < \quad \frac{13}{10} \quad < \quad \frac{4}{3}$$

Aufgabe 1.04

Formen Sie in einen vollständig gekürzten Bruch um:

$$\frac{2}{5} + \frac{3}{25} - \left(\frac{3}{4} : \frac{1}{2}\right) =$$

$$= \frac{10}{25} + \frac{3}{25} - \frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 1} = \frac{13}{25} - \frac{3}{2} = \frac{26}{50} - \frac{75}{50} = -\frac{49}{50}$$

Aufgabe 1.05

Ordnen Sie folgende Zahlen nach aufsteigender Grösse:

$$\frac{5}{8} \qquad -\frac{3}{7} \qquad -\frac{10}{11} \qquad \frac{4}{10} \qquad \frac{5}{3}$$

$$-\frac{10}{11} < -\frac{3}{7} < \frac{4}{10} < \frac{5}{8} < \frac{5}{3}$$

Aufgabe 1.06

Formen Sie in einen vollständig gekürzten Bruch um:

$$\frac{17}{15} - \left(\frac{5}{3} - \frac{2}{5}\right) =$$

$$\frac{17}{15} - \frac{5}{3} + \frac{2}{5} = \frac{17}{15} - \frac{25}{15} + \frac{6}{15} = \frac{17 - 25 + 6}{15} = -\frac{2}{15}$$

Aufgabe 1.07

Kürzen Sie den Bruch vollständig:

$$\frac{105}{245} =$$

$$\frac{105}{245} = \frac{21}{49} = \frac{3}{7}$$

Aufgabe 1.08

Vereinfachen Sie so weit wie möglich:

$$\frac{\frac{10}{13}}{\frac{4}{26}} =$$

$$\frac{\frac{10}{13}}{\frac{4}{26}} = \frac{10}{13} \cdot \frac{26}{4} = \frac{5 \cdot 2}{1 \cdot 2} = 5$$

Aufgabe 1.09

Formen Sie in einen vollständig gekürzten Bruch um:

$$\frac{10}{3} - \frac{4}{14} - \frac{23}{21} =$$

$$\frac{10}{3} - \frac{4}{14} - \frac{23}{21} = \frac{10 \cdot 14}{42} - \frac{4 \cdot 3}{42} - \frac{23 \cdot 2}{42} = \frac{140 - 12 - 46}{42} = \frac{82}{42} = \frac{41}{21}$$

Aufgabe 1.10

Formen Sie in einen vollständig gekürzten Bruch um:

$$\frac{10}{30} - \left(\frac{4}{14} + \frac{22}{21}\right) =$$

$$\frac{10}{30} - \left(\frac{4}{14} + \frac{22}{21}\right) = \frac{1}{3} - \left(\frac{2}{7} + \frac{1}{21} + 1\right) = \frac{1}{3} - \left(\frac{6}{21} + \frac{1}{21} + 1\right) = \frac{1}{3} - \left(\frac{7}{21} + 1\right) = \frac{1}{3} - \frac{1}{3} - 1 = -1$$

Aufgabe 1.11

Formen Sie in einen vollständig gekürzten Bruch um:

$$\frac{\frac{11}{98}}{\frac{121}{14}} =$$

$$\frac{\frac{11}{98}}{\frac{121}{14}} = \frac{11}{98} \cdot \frac{14}{121} = \frac{1 \cdot 14}{98 \cdot 11} = \frac{1 \cdot 7}{49 \cdot 11} = \frac{1 \cdot 1}{7 \cdot 11} = \frac{1}{77}$$

Aufgabe 1.12

Kürzen Sie den Bruch vollständig:

$$\frac{108}{180} =$$

$$\frac{108}{180} = \frac{54}{90} = \frac{27}{45} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$$

Aufgabe 1.13

Kürzen Sie den Bruch vollständig:

$$\frac{132}{84} =$$

$$\frac{132}{84} = \frac{\cancel{4} \cdot 33}{\cancel{4} \cdot 21} = \frac{\cancel{3} \cdot 11}{\cancel{3} \cdot 7} = \frac{11}{7}$$

Aufgabe 1.14

Vereinfachen Sie so weit wie möglich:

$$\frac{\frac{55}{21}}{\frac{22}{42}} =$$

$$= \frac{55}{21} : \frac{22}{42} = \frac{55}{21} \cdot \frac{42}{22} = \frac{5 \cdot \cancel{11} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{21}}{\cancel{21} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{11}} = \frac{5}{1} = 5$$

Aufgabe 1.15

Formen Sie in einen vollständig gekürzten Bruch um:

$$\frac{4}{3} - \left(\frac{4}{15} - \frac{3}{5}\right) =$$

$$= \frac{4 \cdot 5}{3 \cdot 5} - \left(\frac{4}{15} - \frac{3 \cdot 3}{5 \cdot 3}\right) = \frac{20 - 4 + 9}{15} = \frac{25}{15} = \frac{5}{3}$$

Aufgabe 1.16

Kürzen Sie den Bruch vollständig:

$$\frac{80}{112} =$$

$$\frac{80}{112} = \frac{\cancel{8} \cdot 10}{\cancel{8} \cdot 14} = \frac{\cancel{2} \cdot 5}{\cancel{2} \cdot 7} = \frac{5}{7}$$

Aufgabe 1.17

Formen Sie in einen vollständig gekürzten Bruch um:

$$\frac{\frac{26}{35}}{\frac{39}{42}} =$$

$$\frac{\frac{26}{35}}{\frac{39}{42}} = \frac{26}{35} : \frac{39}{42} = \frac{26}{35} \cdot \frac{42}{39} = \frac{2 \cdot \cancel{13} \cdot 2 \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{7}}{5 \cdot \cancel{7} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{13}} = \frac{4}{5}$$

Aufgabe 1.18

Formen Sie in einen vollständig gekürzten Bruch um:

$$\frac{7}{5} - \left(\frac{2}{3} + \frac{4}{15}\right) =$$

$$= \frac{7 \cdot 3}{5 \cdot 3} - \left(\frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 5} + \frac{4}{15}\right) = \frac{21 - (10 + 4)}{15} = \frac{7}{15}$$

Aufgabe 1.19

Kürzen Sie den Bruch vollständig:

$$\frac{140}{630} =$$

$$= \frac{\cancel{10} \cdot 2 \cdot \cancel{7}}{\cancel{10} \cdot \cancel{7} \cdot 9} = \frac{2}{9}$$

Aufgabe 1.20

Formen Sie in einen vollständig gekürzten Bruch um:

$$\frac{\frac{5}{28}}{\frac{45}{48}}$$

$$= \frac{5}{28} : \frac{45}{48} = \frac{5 \cdot 48}{28 \cdot 45} = \frac{\cancel{5} \cdot \cancel{4} \cdot \cdot 4 \cdot \cancel{3}}{\cancel{4} \cdot 7 \cdot \cancel{3} \cdot 3 \cdot \cancel{5}} = \frac{4}{21}$$

Aufgabe 1.21

Formen Sie in einen vollständig gekürzten Bruch um:

$$\frac{7}{10} - \left(\frac{3}{4} - \frac{13}{20}\right) =$$

$$= \frac{7 \cdot 2}{10 \cdot 2} - \left(\frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 5} - \frac{13}{20}\right) = \frac{14 - (15 - 13)}{20} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$$

Aufgabe 1.22

Kürzen Sie den Bruch vollständig:

$$\frac{132}{330} =$$

$$= \frac{2 \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{11}}{\cancel{2} \cdot \cancel{3} \cdot 5 \cdot \cancel{11}} = \frac{2}{5}$$

Aufgabe 1.23

Formen Sie in einen vollständig gekürzten Bruch um:

$$\frac{\frac{7}{24}}{\frac{28}{18}} =$$

$$= \frac{7}{24} : \frac{28}{18} = \frac{7}{24} \cdot \frac{18}{28} = \frac{\cancel{7} \cdot 3 \cdot \cancel{6}}{4 \cdot \cancel{6} \cdot 4 \cdot \cancel{7}} = \frac{3}{16}$$

Aufgabe 1.24

Formen Sie in einen vollständig gekürzten Bruch um:

$$\frac{11}{6} - \left(\frac{2}{3} + \frac{5}{12}\right) =$$

$$= \frac{11 \cdot 2}{6 \cdot 2} - \left(\frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 4} + \frac{5}{12}\right) = \frac{22 - (8 + 5)}{12} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

Aufgabe 1.25

Formen Sie in einen vollständig gekürzten Bruch um:

$$\frac{3}{4} : \left(2 + \frac{1}{4}\right) =$$

$$= \frac{3}{4} : \left(\frac{8}{4} + \frac{1}{4}\right) = \frac{3}{4} : \left(\frac{9}{4}\right) = \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{9} = \frac{3 \cdot 4}{4 \cdot 3^2} = \frac{1}{3}$$

Aufgabe 1.26

Rund $\frac{13}{20}$ der Schweizer Bevölkerung sind stimmberechtigt. Von den Stimmberechtigten beteiligten sich $\frac{8}{9}$ an einer wichtigen Abstimmung. Davon stimmten $\frac{15}{26}$ mit JA.

Welcher Bruchteil der gesamten Schweizer Bevölkerung hat JA gestimmt?

$$= \frac{13}{20} \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{15}{26} = \frac{13 \cdot 8 \cdot 15}{26 \cdot 9 \cdot 20} = \frac{1 \cdot 8 \cdot 3}{2 \cdot 9 \cdot 4} = \frac{1}{3}$$

Aufgabe 1.27

Ordnen Sie folgende Zahlen nach aufsteigender Grösse:

$$\frac{5}{6} \qquad \frac{2}{3} \qquad 0.7 \qquad \frac{75}{99}$$

$$\frac{5}{6} = \frac{50}{60} = \frac{75}{90}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{40}{60}$$

$$0.7 = \frac{7}{10} = \frac{42}{60}$$

Es gilt

$$0.7 < 0.75 = \frac{75}{100} < \frac{75}{99} < \frac{75}{90}$$

also

$$\frac{2}{3} \quad < \quad 0.7 \quad < \quad \frac{75}{99} \quad < \quad \frac{5}{6}$$

Aufgabe 1.28

Kürzen Sie den Bruch vollständig:

$$\frac{360}{480} =$$

$$= \frac{10 \cdot 36}{10 \cdot 48} = \frac{10 \cdot 4 \cdot 9}{10 \cdot 4 \cdot 12} = \frac{\cancel{10} \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{3} \cdot 3}{\cancel{10} \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{3} \cdot 4} = \frac{3}{4}$$

Aufgabe 1.29

Formen Sie in einen vollständig gekürzten Bruch um:

$$\frac{11}{30} : \frac{33}{18} =$$

$$= \frac{11}{30} \cdot \frac{18}{33} = \frac{\cancel{11} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{3}}{\cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot 5 \cdot \cancel{11} \cdot \cancel{3}} = \frac{1}{5}$$

Aufgabe 1.30

Formen Sie in einen vollständig gekürzten Bruch um:

$$\frac{8}{3} \cdot \left(\frac{5}{12} - \frac{3}{4} \right) =$$

$$= \frac{8}{3} \cdot \left(\frac{5}{12} - \frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 3} \right) = \frac{8}{3} \cdot \frac{5 - 9}{12} = \frac{2 \cdot \cancel{4} \cdot (-4)}{3 \cdot 3 \cdot \cancel{4}} = \frac{-8}{9}$$

Aufgabe 1.31

Formen Sie in einen vollständig gekürzten Bruch um:

$$\frac{18}{46} \cdot \left(\frac{24}{7} : \frac{8}{14} \right) =$$

$$= \frac{9}{23} \cdot \left(\frac{24}{7} \cdot \frac{14}{8} \right) = \frac{9}{23} \cdot \left(\frac{3 \cdot 2}{1} \right) = \frac{54}{23}$$

Aufgabe 1.32

8000 Personen melden sich für ein dreistufiges Auswahlverfahren an. In der ersten Runde kommen $\frac{9}{16}$ von ihnen weiter. In der zweiten Runde kommen $\frac{1}{3}$ weiter. In der dritten und letzten Runde kommen noch $\frac{1}{50}$ weiter.

Wieviele sind am Schluss noch übrig?

$$8000 \cdot \frac{9}{16} = 4500$$
$$4500 \cdot \frac{1}{3} = 1500$$
$$1500 \cdot \frac{1}{50} = 30$$

Aufgabe 1.33

Formen Sie in einen vollständig gekürzten Bruch um:

$$\frac{7}{8} - \frac{2}{9} + \frac{66}{72} + \frac{5}{24} =$$

$$= \frac{63}{72} - \frac{16}{72} + \frac{66}{72} + \frac{15}{72} = \frac{128}{72} = \frac{16}{9}$$

Aufgabe 1.34

Formen Sie in einen vollständig gekürzten Bruch um:

$$\frac{16}{30} \cdot \left(\frac{1}{4} : \frac{2}{3} \right) =$$

$$= \frac{16}{30} \cdot \left(\frac{3}{8} \right) = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

Aufgabe 1.35

Angenommen in einer Menge von 80000 Personen sind $\frac{1}{4}$ gegen eine bestimmte Krankheit immun. Von den Immunen sind $\frac{5}{8}$ über 30 Jahre alt. Von den Immunen, die über 30 Jahre alt sind, haben $\frac{2}{5}$ ein sportliches Hobby.

Wie viele Leute sind immun, über 30 Jahre alt und haben ein sportliches Hobby?

$$= 80000 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{5}{8} \cdot \frac{2}{5} = \frac{80000}{16} = 5000$$

Aufgabe 1.36

Formen Sie in einen vollständig gekürzten Bruch um:

$$\frac{3}{4} + \frac{5}{7} - \frac{11}{14} =$$

$$= \frac{21}{28} + \frac{20}{28} - \frac{22}{28} = \frac{19}{28}$$

Aufgabe 1.37

Ordnen Sie die folgenden Zahlen nach aufsteigender Grösse (also in der Form $\cdots < \cdots < \cdots < \cdots < \ldots$):

$$\frac{1}{6} \qquad \frac{120}{360} \qquad -1.99 \qquad 0.25 \qquad -2$$

$$-2 \;<\; -1.99 \;<\; \frac{1}{6} \;<\; 0.25 \;<\; \frac{120}{360}$$

Aufgabe 1.38

Formen Sie in einen vollständig gekürzten Bruch um:

$$\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5}\right)^2 + 3 =$$

$$\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5}\right)^2 + 3 = \left(\frac{5}{10} - \frac{2}{10}\right)^2 + 3 = \left(\frac{3}{10}\right)^2 + 3 = \frac{9}{100} + \frac{300}{100} = \frac{309}{100}$$

Aufgabe 1.39

Im Jahr 2019 wurden schweizweit rund ein Viertel der Maturitätszeugnisse an Gymnasiastinnen und Gymnasiasten mit Schwerpunktfach Wirtschaft und Recht vergeben. Davon etwa $\frac{4}{7}$ an Frauen. Welchen Anteil an den vergebenen Maturitätszeugnissen hatten Männer mit Schwerpunktfach Wirtschaft und Recht?

$$\frac{1}{4} \cdot \left(1 - \frac{4}{7}\right) = \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{7} = \frac{3}{28}$$

Aufgabe 1.40

Stellen Sie die folgenden Dezimalzahlen als vollständig gekürzte Brüche dar:

(i) $0.6 =$

(ii) $1.44 =$

(i) $0.6 = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

(ii) $1.44 = \frac{14.4}{10} = \frac{144}{100} = \frac{72}{50} = \frac{36}{25}$

Aufgabe 1.41

Formen Sie in einen vollständig gekürzten Bruch um:

$$\left(\frac{4}{3} \cdot \frac{1}{2} - \frac{3}{4}\right) : \frac{1}{2} =$$

$$\left(\frac{4}{6} - \frac{3}{4}\right) \cdot 2 = \left(\frac{8}{12} - \frac{9}{12}\right) \cdot 2 = \frac{-1}{12} \cdot 2 = -\frac{1}{6}$$

Aufgabe 1.42

Marcello liest ein Buch. Am ersten Tag liest er zwei Drittel der Buchseiten, am zweiten Tag liest er einen Zehntel der restlichen Buchseiten. Welcher Bruchteil der Buchseiten bleibt übrig? Wie viele Buchseiten hat das Buch mindestens, wenn Marcello immer ganze Seiten liest?

Am ersten Tag liest Marcello $\frac{2}{3}$ der Buches. Somit hat er $\frac{1}{3}$ noch nicht gelesen. Am zweiten Tag liest er $\frac{1}{10}$ von $\frac{1}{3}$:

$$\frac{1}{10} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{30}$$

Somit hat er insgesamt $\frac{2}{3} + \frac{1}{30} = \frac{21}{30} = \frac{7}{10}$ des Buches gelesen, zu lesen bleiben also noch $\frac{3}{10}$ der Buchseiten.

Das Buch muss mindestens 30 Seiten umfassen, damit die Rechnungen ganzzahlig aufgehen (nur ganze Seiten).

Aufgabe 1.43

Kürzen Sie den Bruch vollständig:

$$\frac{390}{65} =$$

$$\frac{390}{65} = \frac{78}{13} = \frac{6}{1} = 6$$

Aufgabe 1.44

Kürzen Sie den Bruch vollständig:

$$\frac{160}{384} =$$

$$\frac{160}{384} = \frac{80}{192} = \frac{40}{96} = \frac{20}{48} = \frac{10}{24} = \frac{5}{12}$$

Aufgabe 1.45

Kürzen Sie den Bruch vollständig:

$$\frac{420}{126} =$$

$$\frac{420}{126} = \frac{210}{63} = \frac{70}{21} = \frac{10}{3}$$

Aufgabe 1.46

Ordnen Sie die folgenden Zahlen nach aufsteigender Grösse:

$$\frac{2}{3} \qquad \frac{3}{5} \qquad \frac{5}{8} \qquad \frac{14}{23}$$

$$\frac{3}{5} < \frac{14}{23} < \frac{5}{8} < \frac{2}{3}$$

Aufgabe 1.47

Ordnen Sie die folgenden Zahlen nach aufsteigender Grösse:

$$-0.6 \qquad \frac{4}{3} \qquad \frac{7}{5} \qquad 1.3 \qquad -\frac{2}{3}$$

$$-\frac{2}{3} < -0.6 < 1.3 < \frac{4}{3} < \frac{7}{5}$$

Aufgabe 1.48

Ordnen Sie die folgenden Zahlen nach aufsteigender Grösse:

$$0.1 \qquad -\frac{2}{3} \qquad \frac{1}{8} \qquad -0.7 \qquad -\frac{13}{20}$$

$$-0.7 < -\frac{2}{3} < -\frac{13}{20} < 0.1 < \frac{1}{8}$$

Aufgabe 1.49

Ordnen Sie die folgenden Zahlen nach aufsteigender Grösse:

$$0.87 \qquad \frac{7}{8} \qquad \frac{23}{20} \qquad \frac{39}{50} \qquad \frac{8}{7}$$

$$\frac{39}{50} < 0.87 < \frac{7}{8} < \frac{8}{7} < \frac{23}{20}$$

Aufgabe 1.50

Formen Sie in einen vollständig gekürzten Bruch um:

$$\frac{8+\frac{1}{3}}{3-\frac{1}{4}} =$$

$$\frac{8+\frac{1}{3}}{3-\frac{1}{4}} = \frac{\frac{25}{3}}{\frac{11}{4}} = \frac{25}{3} \cdot \frac{4}{11} = \frac{100}{33}$$

Aufgabe 1.51

Formen Sie in einen vollständig gekürzten Bruch um:

$$\frac{16}{18} \cdot \left(\frac{33}{32} - \frac{3}{16}\right) =$$

$$\frac{16}{18} \cdot \left(\frac{33}{32} - \frac{3}{16}\right) = \frac{8}{9} \cdot \left(\frac{33}{32} - \frac{6}{32}\right) = \frac{8}{9} \cdot \frac{27}{32} = \frac{3}{4}$$

Aufgabe 1.52

Formen Sie in einen vollständig gekürzten Bruch um:

$$\left(4 - \frac{2}{5}\right) \cdot \left(\frac{2}{3} + \frac{3}{2}\right) =$$

$$\left(4 - \frac{2}{5}\right) \cdot \left(\frac{2}{3} + \frac{3}{2}\right) = \frac{20-2}{5} \cdot \frac{4+9}{6} = \frac{18}{5} \cdot \frac{13}{6} = \frac{39}{5}$$

Aufgabe 1.53

Formen Sie in einen vollständig gekürzten Bruch um:

$$\left(\frac{5}{280} - \frac{1}{70}\right) : \frac{11}{56} =$$

$$\left(\frac{5}{280} - \frac{1}{70}\right) : \frac{11}{56} = \frac{5-4}{280} \cdot \frac{56}{11} = \frac{1}{5 \cdot 56} \cdot \frac{56}{11} = \frac{1}{55}$$

Aufgabe 1.54

Formen Sie in einen vollständig gekürzten Bruch um:

$$\left(\frac{3}{4} - \frac{1}{5}\right)^2 - 1 =$$

$$\left(\frac{3}{4} - \frac{1}{5}\right)^2 - 1 = \left(\frac{15}{20} - \frac{4}{20}\right)^2 - 1 = \left(\frac{11}{20}\right)^2 - 1 = \frac{121}{400} - \frac{400}{400} = -\frac{279}{400}$$

Aufgabe 1.55

Stellen Sie die folgenden Dezimalzahlen als vollständig gekürzte Brüche dar:

(i) $0.75 =$

(ii) $0.96 =$

(i) $0.75 = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$

(ii) $0.96 = \frac{96}{100} = \frac{48}{50} = \frac{24}{25}$

Aufgabe 1.56

Stellen Sie die folgenden Dezimalzahlen als vollständig gekürzte Brüche dar:

(i) $0.45 =$

(ii) $1.32 =$

(i) $0.45 = \frac{45}{100} = \frac{9}{20}$

(ii) $1.32 = \frac{132}{100} = \frac{66}{50} = \frac{33}{25}$

Aufgabe 1.57

Stellen Sie die folgenden Dezimalzahlen als vollständig gekürzte Brüche dar:

(i) $1.2 =$

(ii) $0.425 =$

(i) $1.2 = \frac{12}{10} = \frac{6}{5}$

(ii) $0.425 = \frac{425}{1000} = \frac{85}{200} = \frac{17}{40}$

Aufgabe 1.58

Stellen Sie die folgenden Dezimalzahlen als vollständig gekürzte Brüche dar:

(i) $-0.28 =$

(ii) $1.\overline{6} =$

(i) $-0.28 = -\frac{28}{100} = -\frac{7}{25}$

(ii) $1.\overline{6} = 1 + \frac{2}{3} = \frac{5}{3}$

Aufgabe 1.59

Stellen Sie die folgenden Dezimalzahlen als vollständig gekürzte Brüche dar:

(i) $-0.15 =$

(ii) $1.244 =$

(i) $-0.15 = -\frac{15}{100} = -\frac{3}{20}$

(ii) $1.244 = \frac{1244}{1000} = \frac{622}{500} = \frac{311}{250}$

Aufgabe 1.60

Formen Sie in einen vollständig gekürzten Bruch um:

$$\frac{14}{92} : \frac{21}{69} =$$

$$\frac{14}{92} : \frac{21}{69} = \frac{7}{46} \cdot \frac{23}{7} = \frac{1}{2}$$

2 Proportionalität und Prozentrechnung

Aufgabe 2.01

Ein Artikel kostet ursprünglich 120 Franken. Wegen einer Verteuerung muss man später 15 % mehr bezahlen. Wie viel kostet er dann?

$$120 + \frac{15}{100} \cdot 120 = 120 + \frac{12\not{0} \cdot 15}{10\not{0}} = 120 + \frac{12 \cdot 15}{10} = 120 + \frac{18\not{0}}{1\not{0}} = 138$$

Der Artikel kostet 138 Franken.

Aufgabe 2.02

Fünf Kilogramm Schokobrotaufstrich kosten 36 Franken. Wie viel Gramm erhält man für Fr. 4.50?

$$5 \cdot \frac{4.5}{36} = \frac{5 \cdot 4.5 \cdot 2}{36 \cdot 2} = \frac{5 \cdot \not{9}}{4 \cdot \not{9} \cdot 2} = \frac{5}{8} = 0.625$$

Für Fr. 4.50 erhält man $625\,\mathrm{g}$.

Aufgabe 2.03

Durch einen einzelnen Eingang des Stade de Suisse gelangen 30 Menschen pro Minute ins Stadion. Insgesamt fasst das Stade de Suisse 10000 Besucher. Zum jetzigen Zeitpunkt ist es bereits zu 64 % gefüllt. Wie lange dauert es noch, bis alle Menschen drin sind, wenn es sechs Eingänge derselben Art gibt und das Konzert komplett ausverkauft ist?

$\frac{64}{100} \cdot 10000$ Besucher sind bereits im Stadion, folglich müssen noch $10000 - 6400 = 3600$ hinein kommen.

Pro Minute kommen insgesamt $6 \cdot 30 = 180$ Menschen ins Stadion. Somit dauert es noch $\frac{3600}{180} = 20$ Minuten, bis alle Besucher im Station sind.

Aufgabe 2.04

Der Neupreis eines Rucksacks beträgt 80 Franken. Im Sommerausverkauf wird 30 % Rabatt gewährt. Wieviel bezahlt man für den Rucksack im Sommerausverkauf?

Im Ausverkauf kostet der Rucksack $80 \cdot \frac{7}{10} = 56$ Franken.

Aufgabe 2.05

An einem Wechselschalter mussten Sie für 40 Euro Feriengeld 45 Franken bezahlen. In Italien kaufen Sie sich davon ein Shirt für 24 Euro. In der Schweiz hätten Sie bei R&S für dasselbe Shirt 28 Franken bezahlt. Wo kostet das Shirt weniger?

$$45 \cdot \frac{24}{40} = \frac{9 \cdot 24}{8} = \frac{9 \cdot 3}{1} = 27$$

In Italien kostet das Shirt weniger.

Aufgabe 2.06

Ein Artikel kostet ursprünglich 125 Franken. Wegen einer Verteuerung muss man später 28 % mehr dafür bezahlen. Wie viel kostet er später?

$$x = \frac{125 \cdot 128}{100} = \frac{5 \cdot 128}{4} = \frac{5 \cdot 32}{1} = 160$$

Der Artikel kostet später 160 Franken.

Aufgabe 2.07

Was ist $\frac{5}{8}$ von $\frac{8}{10}$ in Prozent?

$$\frac{5}{8} \cdot \frac{8}{10} = \frac{40}{80} = \frac{1}{2} = 50\,\%$$

Aufgabe 2.08

Ein Kilogramm gebrannte Mandeln kosten auf dem Markt 50 Franken. Wieviel Gramm gebrannte Mandeln erhält man für 12 Franken?

$$x = \frac{1000}{50} \cdot 12 = 20 \cdot 12 = 240$$

Für 12 Franken erhält man 240 Gramm Mandeln.

Aufgabe 2.09

Ein Artikel kostet ursprünglich 125 Franken. Dank einem Rabatt von 14 % muss man später weniger dafür bezahlen. Wie viel kostet der Artikel später noch?

$$x = \frac{125}{100} \cdot 86 = \frac{5}{4} \cdot 86 = \frac{5}{2} \cdot 43 = \frac{215}{2} = 107.50$$

Später kostet der Artikel Fr. 107.50.

Aufgabe 2.10

Was ist 120 % von $\frac{12}{9}$ in Prozent?

$$\frac{12}{9} \cdot \frac{120}{100} = \frac{1440}{900} = \frac{72}{45} = \frac{8}{5} = 1.6$$

Das sind 160 %.

Aufgabe 2.11

Der Familienbetrieb Gelatissimo stellt heute mit der neuen Maschine 300 Kilogramm Eis im Gesamtwert von 3600 Franken her. Welchen Gesamtwert haben 50 Gramm Eis?

$$\frac{3600}{300000} \cdot 50 = \frac{12}{1000} \cdot 50 = 0.6$$

50 Gramm Eis haben einen Wert von Fr. 0.60.

Aufgabe 2.12

Sie kaufen für 132 Franken einen Artikel, der ursprünglich 150 Franken gekostet hatte. Wie viele Prozent Rabatt haben Sie erhalten?

%	CHF	Schritt
100	150	: 100
1	1.5	·2
2	3	·6
12	18	

Der Rabatt beträgt 12 %.

Aufgabe 2.13

Ein Kilogramm Orangen kosten Fr. 2.80. Wie viel kosten 1.75 Kilogramm?

kg	CHF	Schritt
1	2.8	: 4
0.25	0.7	·7
1.75	4.9	

Sie kosten Fr 4.90.

Aufgabe 2.14

Wie viel ist $\frac{2}{3}$ von $\frac{3}{7}$? Wie immer ist das Ergebnis vollständig zu kürzen.

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{7} = \frac{2 \cdot \cancel{3}}{\cancel{3} \cdot 7} = \frac{2}{7}$$

Aufgabe 2.15

1.5 Liter Cola kosten Fr. 2.25. Wie viel kostet ein Deziliter?

L	CHF	Schritt
1.5	2.25	·2
3	4.5	: 3
1	1.5	: 10
0.1	0.15	

Ein Deziliter kostet Fr. 0.15.

Aufgabe 2.16

Ein Artikel hätte ursprünglich 75 Franken gekostet. Nun erhalten Sie aber einen Rabatt von 12 %. Wie viel beträgt dieser Rabatt in Franken?

%	CHF	Schritt
100	75	: 100
1	0.75	·4
4	3	·3
12	9	

Der Rabatt beträgt 9 Franken.

Aufgabe 2.17

Wie viel ist $\frac{2}{3}$ von $\frac{5}{8}$? Das Ergebnis ist vollständig zu kürzen.

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{8} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 8} = \frac{\cancel{2} \cdot 5}{3 \cdot \cancel{2} \cdot 4} = \frac{5}{12}$$

Aufgabe 2.18

In einem Kuchenrezept ist angegeben, dass für 4 Personen 300 Gramm Mehl benötigt werden. Für wie viele Personen reicht der Kuchen, wenn 1350 Gramm Mehl verwendet werden?

g	Personen	Schritt
300	4	: 2
150	2	·9
1350	18	

Der Kuchen reicht für 18 Personen.

Aufgabe 2.19

Ein Pullover kostete ursprünglich 65 Franken. Im Ausverkauf erhält man einen Rabatt von 22 %. Wie viel beträgt dieser Rabatt in Franken?

%	CHF	Schritt
100	65	: 10
10	6.5	: 10
1	0.65	10 + 1
11	7.15	·2
22	14.3	

Der Rabatt beträgt Fr. 14.30.

Aufgabe 2.20

Wie viel ist $\frac{2}{3}$ von $\frac{6}{7}$? Das Ergebnis ist vollständig zu kürzen.

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{6}{7} = \frac{2 \cdot 6}{3 \cdot 7} = \frac{2 \cdot 2 \cdot \cancel{3}}{\cancel{3} \cdot 7} = \frac{4}{7}$$

Aufgabe 2.21

Für einen Franken erhalten Sie 8 norwegische Kronen. Wie viele Franken müssen Sie für 26 Kronen bezahlen?

Kronen	Franken	Schritt
8	1	$: 4$
2	0.25	$\cdot 13$
26	3.25	

Es müssen Fr. 3.25 bezahlt werden.

Aufgabe 2.22

Auf einem T-Shirt, das ursprünglich 35 Franken gekostet hätte, erhalten Sie 8 % Rabatt. Wie viel beträgt dieser Rabatt in Franken?

Prozent	Franken	Schritt
100	35	$: 100$
1	0.35	$\cdot 2$
2	0.7	$\cdot 4$
8	2.8	

Der Rabatt beträgt Fr. 2.80.

Aufgabe 2.23

Wie viel ist $\frac{3}{4}$ von $\frac{8}{9}$? Das Ergebnis ist vollständig zu kürzen.

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{8}{9} = \frac{\cancel{3} \cdot 2 \cdot \cancel{4}}{\cancel{4} \cdot \cancel{3} \cdot 3} = \frac{2}{3}$$

Aufgabe 2.24

Ein Kilogramm Äpfel kostet Fr. 6.80. Wie viel kosten 750 Gramm?

Kilogramm	Franken	Schritt
1	6.80	$: 4$
0.25	1.70	$\cdot 3$
0.75	5.10	

Sie kosten Fr. 5.10.

Aufgabe 2.25

Ein Auto verbrauchte durchschnittlich 8 Liter Benzin auf 100 Kilometer. Welche Strecke kann das Auto (durchschnittlich) mit einer Tankfüllung von 60 Liter zurücklegen?

Liter	Kilometer	Schritt
8	100	$:4$
2	25	$\cdot 30$
60	750	

Das Auto kann 750 Kilometer zurücklegen.

Aufgabe 2.26

Ein Artikel wird um 12 % im Preis reduziert und ist somit um 30 Franken günstiger zu haben. Wie teuer ist der Artikel jetzt?

Prozent	Franken	Schritt
12	30	$:6$
2	5	$\cdot 50$
100	250	

neuer Preis: $250 - 30 = 220$

Der Artikel kostet nun 220 Franken.

Aufgabe 2.27

In einem Backrezept für 4 Personen werden 300 Gramm Mehl benötigt. Wie viel Mehl wird für 9 Personen benötigt?

Gramm	Personen	Schritt
300	4	$:4$
75	1	$\cdot 10$
750	10	$10 - 1$
675	9	

Es werden 675 Gramm Mehl benötigt.

Aufgabe 2.28

Die Oberfläche der Erde misst etwa 500 Millionen km^2. Der Anteil der Landfläche beträgt ungefähr 140 Millionen km^2. Wie viele Prozent der Erdoberfläche sind Landfläche?

Prozent	Millionen km^2	Schritt
100	500	$:50$
2	10	$\cdot 14$
28	140	

28 % sind Landfläche.

Aufgabe 2.29

Ein Teppichgeschäft hat im Ausverkauf alle Teppiche um 85 % im Preis reduziert. Ein Perserteppich ist jetzt für 345 Franken zu haben. Wie viele Franken hat der Teppich vor dem Ausverkauf gekostet?

Prozent	Franken	Schritt
15	345	$: 3$
5	115	$\cdot 2$
10	230	$\cdot 10$
100	2300	

Der Teppich hat 2300 Franken gekostet.

Aufgabe 2.30

Ein Kilogramm Honig kostet 25 Franken. Wie viel kosten 3.4 Kilogramm?

Kilogramm	Franken	Schritt
1	25	$: 5$
0.2	5	$\cdot 5$
0.4	10	$3 \cdot 1 + 0.4$
3.4	$75 + 10$	

Sie kosten 85 Franken.

Aufgabe 2.31

Eine Confiseurin verpackt Pralinés in Säckchen à 220 Gramm. In einem Säckchen haben 20 Pralinés Platz. Wie viele Gramm wiegen 150 Pralinés?

Pralinés	Gramm	Schritt
20	220	$: 2$
10	110	$\cdot 15$
150	1650	

Sie wiegen 1650 Gramm.

Aufgabe 2.32

Eine Hose wird im Ausverkauf um 27 Franken billiger verkauft. Der Originalpreis war 135 Franken. Wie viele Prozent des Originalpreises kostet sie jetzt noch?

Prozent	Franken	Schritt
100	135	$: 5$
20	27	

Der Rabatt beträgt 20 %, also kostet die Hose noch 80 % des Originalpreises.

Aufgabe 2.33

4 Kilogramm Tomaten kosten 14 Franken. Wie viel kosten 2.5 Kilogramm?

Kilogramm	Franken	Schritt
4	14	: 4
1	3.5	·5
5	17.5	: 2
2.5	8.75	

Sie kosten Fr. 8.75.

Aufgabe 2.34

Ein Hobbygärtner benötigt 24 Giesskannen Wasser zum Bewässern einer Fläche von 90 m^2 Garten. Wie viele Giesskannen benötigt er zum Bewässern einer Fläche von 225 m^2?

Giesskannen	m^2	Schritt
24	90	: 2
12	45	·5
60	225	

Er benötigt 60 Giesskannen.

Aufgabe 2.35

Eine Skijacke wird im Ausverkauf um 18 % billiger verkauft und kostet jetzt noch 246 Franken. Wie viel hat sie ursprünglich gekostet?

%	CHF	Schritt
82	246	: 2
41	123	: 41
1	3	·100
100	300	

Die Skijacke hat ursprünglich 300 Franken gekostet.

Aufgabe 2.36

In einem Rezept für 4 Personen werden 300 Gramm Kartoffeln verwendet. Welche Menge Kartoffeln (als Dezimalzahl geschrieben) werden für 5 Personen benötigt?

$$\frac{5}{4} \cdot 300 = \frac{1500}{4} = 375$$

Für 5 Personen werden 375 Gramm Kartoffeln bennötigt.

Aufgabe 2.37

In einer Mensa können «10 für 11»-Stempelkarten für Mittagsmenüs erworben werden. Es wird der Preis von 10 Menüs bezahlt, damit können jedoch 11 Menüs bezogen werden. Wie viel beträgt der Mengenrabatt?

- ☐ mehr als 10 %
- ☐ genau 10 %
- ☐ weniger als 10 %

Begründen Sie stichhaltig und nachvollziehbar ihre Antwort.

Pro Menü werden $\frac{10}{11}$ des Preises bezahlt. Der Rabatt beträgt also

$$\frac{1}{11} < \frac{1}{10}$$

Also beträgt der Rabatt weniger als 10 %.

Aufgabe 2.38

Bei einem Onlinehändler ist ein Artikel während einer Woche 9 % günstiger zu haben. Anschliessend wird der reduzierte Preis wieder um 9 % erhöht. Ist der Endpreis gegenüber dem ursprünglichen Preis

- ☐ höher
- ☐ gleich
- ☐ tiefer?

Begründen Sie nachvollziehbar und präzise Ihre Antwort.

Etwa mit Zahlenbeispiel. Abnahme um 9 % von 100 ist grösser als Zunahme um 9 % von 91.

Aufgabe 2.39

Wie teuer sind 4 Pfund Äpfel, wenn 5 Pfund Äpfel 7 Franken kosten?

Pfund	Franken	Schritt
5	7	: 5
1	1.4	·4
4	5.6	

Sie kosten Fr. 5.60.

Aufgabe 2.40

Bei einem Spezialangebot wird der Normalpreis von 200 Franken um 30 % reduziert. Bei Barzahlung wird dieser Spezialpreis noch einmal um 10 % gesenkt. Wie viele Prozente spart ein Kunde, der vom Spezialangebot profitiert und bar bezahlt im Vergleich zum Normalpreis?

Prozent	Franken	Schritt
100	200	: 10
10	20	·7
70	140	
100	140	: 10
10	14	·9
90	126	

Der Kunde hat $\frac{126}{200} = \frac{63}{100} = 63$ % bezahlt.

Somit hat er 37 % gespart.

Aufgabe 2.41

In einem Brotrezept steht, dass für den Teig zu 500 Gramm der Backmischung 3 Deziliter (also 300 Gramm) Wasser hinzugefügt werden müssen. Wie viel Gramm Backmischung und wie viel Wasser benötigt man, wenn man genau ein Kilogramm Teig möchte?

Mischung	**Wasser**	**Teig**	**Schritt**
500	300	800	: 4
125	75	200	·5
625	375	1000	

Es werden 625 Gramm Backmischung und 375 Gramm Wasser benötigt.

Aufgabe 2.42

4 Kilogramm Äpfel kosten 14 Franken. Wie viel kosten 2.5 Kilogramm?

Kilogramm	Franken	Schritt
4	14	: 4
1	3.5	·5
5	17.5	: 2
2.5	8.75	

Sie kosten Fr. 8.75.

Aufgabe 2.43

In einem Brownierezept steht, dass für den Teig zu 500 Gramm der Backmischung 1.25 Deziliter (also 125 Gramm) Wasser hinzugefügt werden müssen. Wie viel Gramm Backmischung und wie viel Wasser benötigt man, wenn man genau ein Kilogramm Teig möchte?

Mischung	Wasser	Teig	Schritt
500	125	625	$:5$
100	25	125	$\cdot 8$
800	200	1000	

Es werden 800 Gramm Backmischung und 200 Gramm Wasser benötigt.

Aufgabe 2.44

Ein Onlinehändler wendet einen Verkaufstrick an: Zunächst erhöht er den Preis eines Artikels um 5 %. Eine Woche später kündet er eine Aktion an und senkt den aktuellen Preis um 5 %.

Ist der Aktionspreis gegenüber dem ursprünglichen Preis

- höher,
- gleich oder
- tiefer?

Begründen Sie nachvollziehbar und präzise Ihre Antwort.

Abnahme um 5 % von 105 ist mehr als Zunahme um 5 % von 100.

Aufgabe 2.45

5 Kilogramm Zwetschgen kosten beim Bauern nebenan Fr. 12.50. Wieviel kosten 12 Kilogramm?
$1\,\mathrm{kg}$ kosten $12.50\,\mathrm{CHF} : 5 = 2.50\,\mathrm{CHF}$.

$12\,\mathrm{kg}$ kosten demnach $12 \cdot 2.5\,\mathrm{CHF} = 30\,\mathrm{CHF}$

Aufgabe 2.46

In einem Schwimmbad wird im Herbst das Wasser abgelassen. Für das grosse Becken mit einem Fassungsvermögen von 1800 m^3 Wasser dauert das 30 Stunden. Wie lange dauert es bei gleicher Abflussrate für das kleinere Becken mit einem Fassungsvermögen von 400 m^3?
Die Abflussrate beträgt $\frac{1800\,\mathrm{m}^3}{30\,\mathrm{h}} = 60\,\mathrm{m}^3/\mathrm{h}$.

Somit ist für das kleine Becken die Abflusszeit $\frac{400\,\mathrm{m}^3}{60\,\mathrm{m}^3/\mathrm{h}} = \frac{20\,\mathrm{h}}{3}$.

Die Abflusszeit beträgt also $6\,\mathrm{h}40\,\mathrm{min}$.

Aufgabe 2.47

Herr X. erhält im Laden auf seinen Waren einen Rabatt von 12 % und bezahlt nun 54 Franken weniger. Wieviel würden seine Waren zum Normalpreis ohne Rabatt kosten?

$$\begin{aligned} 12\% &\mathrel{\hat{=}} 54\,\text{Fr} && \mid : 6 \\ 2\% &\mathrel{\hat{=}} 9\,\text{Fr} && \mid \cdot 50 \\ 100\% &\mathrel{\hat{=}} 450\,\text{Fr} \end{aligned}$$

Aufgabe 2.48

Hanna kauft sich eine Regenjacke mit 35 % Rabatt zum Preis von 52 Franken. Wieviel hätte die Jacke zum Normalpreis gekostet?

Anteil	Preis [Fr.]	Schritt
35%	–	Ergänzen auf 100%
65%	52	$: 13$
5%	4	$\cdot 20$
100%	80	

Aufgabe 2.49

2.5 Kilogramm Holzkohle kosten 8 Franken. Wie viel kosten 12 Kilogramm?

$$\frac{2.5}{8} = \frac{12}{x} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{8 \cdot 12}{2.5} = 38.4$$

12 Kilogramm kosten Fr. 38.40.

Aufgabe 2.50

Eine Hose hätte ursprünglich 150 Franken gekostet. Durch einen Rabatt von 25 % wird der Preis herabgesetzt. Berechnen Sie den Rabatt in Franken.

$$150 \cdot 0.25 = 37.5$$

Der Rabatt beträgt Fr. 37.50.

Aufgabe 2.51

Ein Wassertank ist zu $\frac{5}{8}$ gefüllt. Jetzt wird $\frac{4}{5}$ des Wassers abgelassen. Zu welchem Teil ist der Tank noch gefüllt?

$$\frac{5}{8} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{8}$$

Aufgabe 2.52

Ein Glas ist zu einem Fünftel mit Orangensaft gefüllt. Man giesst eine Mischung hinzu, welche zu gleichen Teilen aus Orangensaft, Ananassaft und Grapefruitsaft besteht. Damit wird das Glas bis zum Rand gefüllt. Welchen Anteil von Orangensaft enthält das volle Glas?

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{7}{15}$$

Aufgabe 2.53

Ein gebrauchtes Auto wird für 4500 Franken verkauft, das sind nur noch 40 % vom Neupreis. Wie viel hat das Auto ursprünglich gekostet?

$$\frac{4500}{0.4} = \frac{x}{1} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{4500}{0.4} = 11250$$

Das Auto hat ursprünglich 11250 Franken gekostet.

Aufgabe 2.54

Ein neues Auto kostet 24000 Franken und verliert pro Jahr 20 % seines aktuellen Werts. Wie viel Wert es nach 3 Jahren?

$$24000 \cdot 0.8 \cdot 0.8 \cdot 0.8 = 12288$$

Nach 3 Jahren hat das Auto 12288 Franken wert.

Aufgabe 2.55

Ein Einzelhändler berechnet den Verkaufspreis, indem er seinen Einkaufspreis um 30 % erhöht. Später reduziert er diesen Preis um 10 %. Berechnen Sie seinen Gewinn in Prozent des Einkaufspreises.

$E =$ Einkaufspreis, $G =$ Gewinn

$$G = E \cdot 1.3 \cdot 0.9 - E = E \cdot (1.3 \cdot 0.9 - 1) = E \cdot 0.17$$

Der Gewinn beträgt 17 % des Einkaufspreises.

Aufgabe 2.56

Ein Arbeiter verdient monatlich 4500 Franken. Er erhält eine Lohnerhöhung von 2.5 %. Wie viel Franken erhält er zusätzlich?

$$4500 \cdot \frac{2.5}{100} = 112.50$$

Er erhält zusätzlich Fr. 112.50.

Aufgabe 2.57

Eine Mensa wird täglich von 800 Personen besucht. Davon sind 60 % Mädchen und der Rest Jungen. 50 % der Mädchen und 25 % der Jungen essen vegetarisch. Wie viele vegetarische Gerichte sollte die Mensa bereitstellen?

$$800 \cdot (0.6 \cdot 0.5 + 0.4 \cdot 0.25) = 800 \cdot 0.4 = 320$$

Die Mensa muss 320 vegetarische Gerichte bereitstellen.

Aufgabe 2.58

Ein Beutel mit 2.5 Kilogramm Kartoffeln kostet 5 Franken. Wie viel kosten 12 Kilogramm Kartoffeln?

$$\frac{5}{2.5} = \frac{x}{12} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{5 \cdot 12}{2.5} = 24$$

12 Kilogramm Kartoffeln kosten 24 Franken.

Aufgabe 2.59

Eine gewisse Arbeit kann von sechs Malern in fünf Tagen ausgeführt werden. Wieviele Maler benötigt man, damit dieselbe Arbeit in drei Tagen erledigt wird?

- 6 Maler in 5 Tagen
- oder 1 Maler in $5 \cdot 6 = 30$ Tagen
- oder 10 Maler in 3 Tagen

Aufgabe 2.60

8 m^2 Seide kosten soviel wie 60 m^2 Baumwollstoff. Wieviel Baumwollstoff erhält man für den Wert von 14 m^2 Seide?

$p_s =$ Preis für $1\,\mathrm{m}^2$ Seide, $\quad p_b =$ Preis für $1\,\mathrm{m}^2$ Baumwolle

$$
\begin{aligned}
8\,p_s &= 60\,p_b \\
p_s &= \frac{60}{8}\,p_b \\
14\,p_s &= \frac{14 \cdot 60}{8}\,p_b = \ 105\,p_b
\end{aligned}
$$

Man erhält 105 m^2 Baumwollstoff.

3 Terme

Aufgabe 3.01

Faktorisieren Sie vollständig:

$$a\left(b^2+5\right)-c\left(b^2+5\right)=$$

$$a\left(b^2+5\right)-c\left(b^2+5\right)=(a-c)\left(b^2+5\right)$$

Aufgabe 3.02

Faktorisieren Sie vollständig:

$$-2x^2+16x-32=$$

$$-2x^2+16x-32=-2\left(x^2-8x+16\right)=-2(x-4)^2$$

Aufgabe 3.03

Multiplizieren Sie aus und vereinfachen Sie:

$$(7x-9)(3-2x)=$$

$$(7x-9)(3-2x)=-14x^2+39x-27$$

Aufgabe 3.04

Faktorisieren Sie vollständig:

$$ax+a+2+2x=$$

$$ax+a+2+2x=a(x+1)+2(x+1)=(a+2)(x+1)$$

Aufgabe 3.05

Multiplizieren Sie aus und vereinfachen Sie:

$$(2x+1)(x-3) =$$

$$(2x+1)(x-3) = 2x^2 - 6x + x - 3 = 2x^2 - 5x - 3$$

Aufgabe 3.06

Multiplizieren Sie aus und vereinfachen Sie:

$$(4x+5y)^2 =$$

$$(4x+5y)^2 = 16x^2 + 2 \cdot 4x \cdot 5y + 25y^2 = 16x^2 + 40xy + 25y^2$$

Aufgabe 3.07

Faktorisieren Sie vollständig:

$$5\left(a^2-3\right) + b\left(a^2-3\right) =$$

$$5\left(a^2-3\right) + b\left(a^2-3\right) = \left(a^2-3\right)(5+b)$$

Aufgabe 3.08

Faktorisieren Sie vollständig:

$$36x^2 - 96xy + 64y^2 =$$

$$36x^2 - 96xy + 64y^2 = (6x-8y)^2 = (2(3x-4y))^2 = 2^2 \cdot (3x-4y)^2$$

Aufgabe 3.09

Multiplizieren Sie aus und vereinfachen Sie:

$$(2a + 3b)(4a - 2b) =$$

$$(2a + 3b)(4a - 2b) = 8a^2 - 4ab + 12ab - 6b^2 = 8a^2 + 8ab - 6b^2$$

Aufgabe 3.10

Faktorisieren Sie vollständig:

$$2x^2 + 6x - 80 =$$

$$2x^2 + 6x - 80 = 2\left(x^2 + 3x - 40\right) = 2(x + 8)(x - 5)$$

Aufgabe 3.11

Faktorisieren Sie vollständig:

$$(a + b)^2 - 4ab =$$

$$(a + b)^2 - 4ab = a^2 + 2ab + b^2 - 4ab = a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

Aufgabe 3.12

Faktorisieren Sie vollständig:

$$2a^2 - 20a + 42 =$$

$$= 2(a^2 - 10a + 21) = 2(a - 3)(a - 7)$$

Aufgabe 3.13

Faktorisieren Sie vollständig:

$$3(x-3y)-a(x-3y)=$$

$$=(x-3y)(3-a)$$

Aufgabe 3.14

Multiplizieren Sie aus und vereinfachen Sie:

$$(2x-5y)^2=$$

$$=4x^2-20xy+25y^2$$

Aufgabe 3.15

Multiplizieren Sie aus und vereinfachen Sie:

$$(2x-3y)^2=$$

$$=4x^2-12xy+9y^2$$

Aufgabe 3.16

Faktorisieren Sie vollständig:

$$b^2(y-2x)-a^2(y-2x)=$$

$$=(y-2x)(b^2-a^2)=(y-2x)(b+a)(b-a)$$

Aufgabe 3.17

Faktorisieren Sie vollständig:

$$3x^2 - 24x + 48 =$$

$$= 3(x^2 - 8x + 16) = 3(x - 4)^2$$

Aufgabe 3.18

Multiplizieren Sie aus und vereinfachen Sie:

$$(4a + 2b)(5a - 3b) =$$

$$= 20a^2 - 12ab + 10ab - 6b^2 = 20a^2 - 2ab - 6b^2$$

Aufgabe 3.19

Faktorisieren Sie vollständig:

$$6(2x + 5y) - 3b(2x + 5y) =$$

$$= 3[2(2x + 5y) - b(2x + 5y)] = 3(2x + 5y)(2 - b)$$

Aufgabe 3.20

Faktorisieren Sie vollständig:

$$7x^2 - 14x + 7 =$$

$$= 7(x^2 - 2x + 1) = 7(x - 1)^2$$

Aufgabe 3.21

Multiplizieren Sie aus und vereinfachen Sie:

$$(2a + 5b)(3a - 2b) =$$

$$= 6a^2 - 4ab + 15ab - 10b^2 = 6a^2 + 11ab - 10b^2$$

Aufgabe 3.22

Faktorisieren Sie vollständig:

$$4(x + 3y) - 2b(x + 3y) =$$

$$= 2[2(x + 3y) - b(x + 3y)] = 2(x + 3y)(2 - b)$$

Aufgabe 3.23

Faktorisieren Sie vollständig:

$$5b^2 - 10b + 5 =$$

$$= 5\left(b^2 - 2b + 1\right) = 5(b - 1)^2$$

Aufgabe 3.24

Multiplizieren Sie aus und vereinfachen Sie:

$$(a - b)\left(a^2 + 2ab + b^2\right) =$$

$$= a^3 + 2a^2b + ab^2 - a^2b - 2ab^2 - b^3 = a^3 + a^2b - ab^2 - b^3$$

Aufgabe 3.25

Faktorisieren Sie vollständig:

$$8a^2 + 8b^2 - 16ab =$$

$$= 8(a^2 - 2ab + b^2) = 8(a - b)^2$$

Aufgabe 3.26

«Eine beliebige Zahl x wird verdoppelt und anschliessend wird 10 addiert. Das Zwischenergebnis wird durch 2 dividiert und davon zum Schluss wieder die Zahl x subtrahiert.»

Durch welchen Term wird diese Rechenvorschrift beschrieben? Vereinfachen Sie den gefundenen Term so weit als möglich.

$$\frac{2x + 10}{2} - x = x + 5 - x = 5$$

Aufgabe 3.27

Multiplizieren Sie aus und vereinfachen Sie:

$$(8ab + 12a)(2b - 3) =$$

$$= 16ab^2 - 24ab + 24ab - 36a = 16ab^2 - 36a$$

Aufgabe 3.28

Faktorisieren Sie vollständig:

$$9x(6x - 10y) + 2(6x - 10y) =$$

$$= (6x - 10y)(9x + 2) = 2(3x - 5y)(9x + 2)$$

Aufgabe 3.29

Faktorisieren Sie vollständig:

$$36n^2 - 1$$

$$= (6n + 1)(6n - 1)$$

Aufgabe 3.30

Multiplizieren Sie aus und vereinfachen Sie:

$$(2a + 7)\left(a^2 + 6a + 9\right) =$$

$$= 2a^3 + 12a^2 + 18a + 7a^2 + 42a + 63 = 2a^3 + 19a^2 + 60a + 63$$

Aufgabe 3.31

Faktorisieren Sie vollständig (das heisst, schreiben Sie als vollständig vereinfachtes Produkt von Termen):

$$4s(6a + 18b) + 10t(6a + 18b) =$$

$$= (4s + 10t)(6a + 18b) = 12(2s + 5t)(a + 3b)$$

Aufgabe 3.32

«Eine beliebige Zahl x wird mal fünf gerechnet und anschliessend wird 15 addiert. Das Zwischenergebnis wird durch 25 dividiert und dazu wird zum Schluss das Doppelte der Zahl x addiert.»

Durch welchen Term wird diese Rechenvorschrift beschrieben? Vereinfachen Sie den gefundenen Term so weit wie möglich.

$$\frac{5x + 15}{25} + 2x = \frac{x}{5} + \frac{3}{5} + 2x = \frac{11}{5}x + \frac{3}{5} = 2.2x + 0.6$$

Aufgabe 3.33

Multiplizieren Sie aus und vereinfachen Sie:

$$(a+2b)\left(a^2+4ab+4b^2\right) =$$

$$= a^3+4a^2b+4ab^2+2a^2b+8ab^2+8b^3 = a^3+6a^2b+12ab^2+8b^3$$

Aufgabe 3.34

Faktorisieren Sie vollständig:

$$2a(3x+6y)+8b(3x+6y) =$$

$$= (3x+6y)(2a+8b) = 6\cdot(x+2y)(a+4b)$$

Aufgabe 3.35

«Eine beliebige Zahl x wird versechsfacht und anschliessend wird 48 addiert. Das Zwischenergebnis wird durch 3 dividiert und dazu wird zum Schluss wieder die Zahl x addiert.»

Durch welchen Term wird diese Rechenvorschrift beschrieben? Vereinfachen Sie den gefundenen Term so weit wie möglich.

$$\frac{6x+48}{3}+x = 2x+16+x = 3x+16$$

Aufgabe 3.36

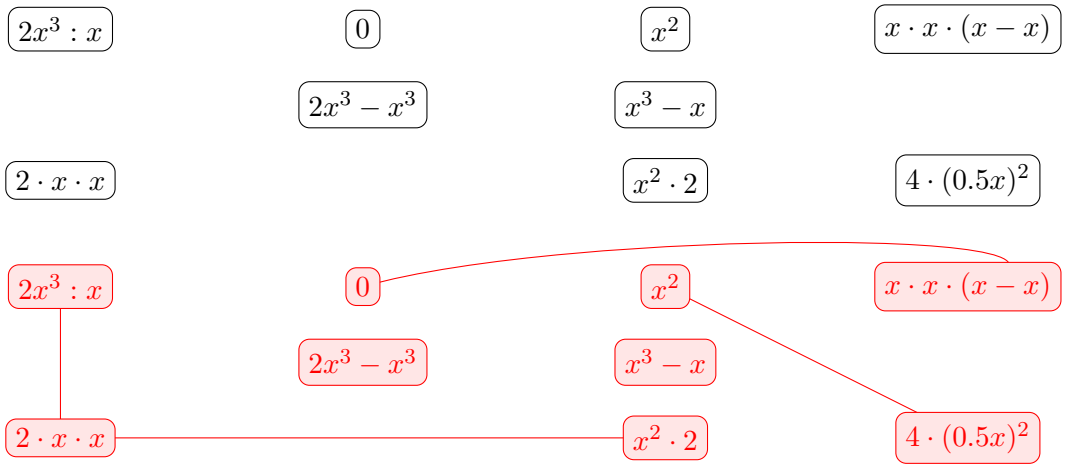
Vereinfachen Sie so weit wie möglich:

$$(3-x)^2-x^2 =$$

$$= 9-6x+x^2-x^2 = 9-6x$$

Aufgabe 3.37

Verbinden Sie sämtliche gleichwertigen Terme:



Aufgabe 3.38

Zu einer Zahl x wird 8 addiert, dann das Zwischenergebnis mit 5 multipliziert, dann x subtrahiert bevor durch 4 dividiert wird.

Beschreiben Sie diesen Vorgang durch einen passenden Term und vereinfachen Sie Ihn so weit wie möglich.

$$\frac{(x+8)\cdot 5 - x}{4} = \frac{5x + 40 - x}{4} = \frac{4x + 40}{4} = x + 10$$

Aufgabe 3.39

Multiplizieren Sie aus und vereinfachen Sie:

$$(x - 3y) - 2(2x - 5y) =$$

$$= x - 3y - 4x + 10y = -3x + 7y$$

Aufgabe 3.40

Zu welchen der folgenden Terme ist der Term $(2a - 3b)^2$ gleichwertig?

- ☐ $2a^2 - 3b^2$
- ☐ $4a^2 + 9b^2$
- ☐ $4a^2 + 9b^2 - 12ab$
- ☐ $(3b - 2a)^2$
- ☐ $(2a + 3b)^2$
- ☐ $6a^2b^2$

$4a^2 + 9b^2 - 12ab$ und $(3b - 2a)^2$

Aufgabe 3.41

Faktorisieren Sie vollständig:

(a) $2xy + 4yz =$

(b) $9 - 6x + x^2 =$

(a) $2xy + 4yz = 2y(x + 2z)$

(b) $9 - 6x + x^2 = (3 - x)^2$

Aufgabe 3.42

Wir betrachten den Term $(a + b)^2$.

(a) Multiplizieren Sie den Term aus

(b) Zeigen Sie durch einsetzen von konkreten Zahlen, dass $(a + b)^2$ im Allgemeinen NICHT gleich $a^2 + b^2$ ist.

(c) Finden Sie zwei Zahlen a unb b für die gilt $(a + b)^2 = a^2 + b^2$

(a) $(a + b)^2 = (a + b)(a + b) = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$

(b) Z.B. $(1 + 1)^2 = 2^2 = 4 \neq 1^2 + 1^2 = 2$

(c) Wenn $a = 0$ oder $b = 0$.

Aufgabe 3.43

Multiplizieren Sie aus und vereinfachen Sie:

$$(6+k)(6-k)+k^2 =$$

$$(6+k)(6-k)+k^2 = 6^2 - k^2 + k^2 = 6^2 = 36$$

Aufgabe 3.44

Faktorisieren Sie vollständig:

$$a(3x-6y)+3b(x-2y) =$$

$$a(3x-6y)+b(x-2y) = 3a(x-2y)+3b(x-2y) = 3(a+b)(x-2y)$$

Aufgabe 3.45

«Eine beliebige Zahl x wird vervierfacht und anschliessend wird 42 addiert. Das Zwischenergebnis wird halbiert und zum Schluss wird davon die Zahl x subtrahiert.»

Durch welchen Term wird diese Rechenvorschrift beschrieben? Vereinfachen Sie den gefundenen Term so weit wie möglich.

$$\frac{4x+42}{2} - x = 2x + 21 - x = x + 21$$

Aufgabe 3.46

«Adalbert ist 3 Jahre älter als Bilbo. Bilbo ist halb so alt wie Catherine. Zusammen sind sie 23 Jahre alt.»

Stellen Sie für diese Aussagen passende Terme auf und bestimmen Sie damit Adalberts Alter.

A – Adalberts Alter $\quad$ B – Bilbos Alter $\quad$ C – Catherines Alter

$A = B + 3 \quad$ $B = \frac{C}{2}$ (oder $2B = C$) $\quad$ $A + B + C = 23$

also $(B+3)+B+2B=4B+3=23$.

Somit $4B=20$ und $B=5$.

Also $A=5+3=8$

Aufgabe 3.47

«Die Summe zweier Zahlen ist 25, die Differenz 13.»

Stellen Sie für diese beiden Aussagen je einen passenden Term auf und bestimmen Sie damit die beiden Zahlen. $x+y=25$, $x-y=13$

Verschiedene Lösungswege, z.B. x muss in der Mitte zwischen 13 und 25 liegen, also $x=19$, und damit $y=6$ (die Hälfte des Unterschieds).

Oder aus der 2. Gleichung $y=x-13$ einsetzen in die erste: $x+(x-13)=25$, somit $2x=38$, also $x=19$.

Aufgabe 3.48

«Von einer Zahl x werden 4 subtrahiert. Das Resultat wird vervierfacht, und am Schluss wird das Doppelte der ursprünglichen Zahl addiert.»

Stellen Sie für diese Rechnungen einen Term auf und vereinfachen Sie diesen so weit wie möglich.

$(x-4)\cdot 4+2x=4x-16+2x=6x-16$

Aufgabe 3.49

«Eine beliebige Zahl x wird verzehnfacht und anschliessend wird 15 addiert. Das Zwischenergebnis wird durch 5 dividiert und am Schluss wird wieder die Zahl x subtrahiert.»

Durch welchen Term wird diese Rechenvorschrift beschrieben? Vereinfachen Sie den gefundenen Term soweit wie möglich.

$(10\cdot x+15):5-x=2\cdot x+3-x=x+3$

Aufgabe 3.50

Zu welchen der folgenden Terme ist der Term $4ab$ gleichwertig?

(i) ☐ $2 \div (-2) \cdot a \cdot (-b)$

(ii) ☐ $-2 \cdot (-2) \cdot (-a) \cdot (-b)$

(iii) ☐ $(-2ab)^2 \div (ab)$

(iv) ☐ $(-16a^2b^2) \div (4ab)$

(i) $2 \div (-2) \cdot a \cdot (-b) = (-1) \cdot a \cdot (-b) = ab$

(ii) $\boxed{-2 \cdot (-2) \cdot (-a) \cdot (-b) = 4 \cdot (-a) \cdot (-b) = 4ab}$

(iii) $\boxed{(-2ab)^2 \div (ab) = (4a^2b^2) \div (ab) = 4ab}$

(iv) $(-16a^2b^2) \div (4ab) = -4ab$

Aufgabe 3.51

Zu welchen der folgenden Terme ist der Term $-4ab$ gleichwertig?

☐ $(16a^2b^2) \div (-4ab)$

☐ $(2ab \div (ab))^2$

☐ $(-2ab)^2 \div (ab)$

☐ $(-16a^2b^2) \div (-4ab)$

$\boxed{(16a^2b^2) \div (-4ab) = -4ab}$

$(2ab \div (ab))^2 = 2^2 = 4$

$(-2ab)^2 \div (ab) = (4a^2b^2) \div (ab) = 4ab$

$(-16a^2b^2) \div (-4ab) = 4ab$

Aufgabe 3.52

Multiplizieren Sie aus und vereinfachen Sie:

$a(a-4) - (a-2)^2$

$a(a-4) - (a-2)^2 = a^2 - 4a - (a^2 - 4a + 4) = a^2 - 4a - a^2 + 4a - 4 = -4$

Aufgabe 3.53

Multiplizieren Sie aus und vereinfachen Sie:

$$4x(x-3)-2x(5-x)$$

$$4x(x-3)-2x(5-x)=4x^2-12x-10x+2x^2=6x^2-22x$$

Aufgabe 3.54

Multiplizieren Sie aus und vereinfachen Sie:

$$3(x+1)^2-2(x-2)^2$$

$$\begin{aligned}3(x+1)^2-2(x-2)^2 =& 3(x^2+2x+1)-2(x^2-4x+4)= \\ & 3x^2+6x+3-2x^2+8x-8=x^2+14x-5\end{aligned}$$

Aufgabe 3.55

Multiplizieren Sie aus und vereinfachen Sie:

$$(5+x)(5-x)-2(x-3)^2$$

$$\begin{aligned}(5+x)(5-x)-2(x-3)^2 =& 25-x^2-2(x^2-6x+9)= \\ & 25-x^2-2x^2+12x-18=-3x^2+12x+7\end{aligned}$$

Aufgabe 3.56

Multiplizieren Sie aus und vereinfachen Sie:

$$a^2z^2-(az-1)^2+2(3-az)$$

$$\begin{aligned}a^2z^2-(az-1)^2+2(3-az) &= a^2z^2-(a^2z^2-2az+1)+(6-2az) \\ &= a^2z^2-a^2z^2+2az-1+6-2az \\ &= 5\end{aligned}$$

Aufgabe 3.57

Faktorisieren Sie in möglichst viele Faktoren:

$$3x^2 - 27 =$$

$$\begin{aligned} 3x^2 - 27 &= 3(x^2 - 9) \\ &= 3(x+3)(x-3) \end{aligned}$$

Aufgabe 3.58

Füllen Sie die Lücke so, dass Gleichheit gilt:

$$(2x - y) \cdot \left(\qquad\qquad\qquad\qquad \right) = 2x^2 + xy - y^2$$

$(2x - y) \cdot (x + y) = 2x^2 + xy - y^2$

Aufgabe 3.59

Füllen Sie die Lücke so, dass Gleichheit gilt:

$$(3a - 2b) \cdot \left(\qquad\qquad\qquad\qquad \right) = 5ab - 3a^2 - 2b^2$$

$(3a - 2b) \cdot \underline{(b - a)} = 5ab - 3a^2 - 2b^2$

Aufgabe 3.60

Faktorisieren Sie vollständig:

$$(6x+4)(3x-3)-(3x+2)(8-x)$$

$$\begin{aligned}(6x+4)(3x-3)-(3x+2)(8-x) &= 2(3x+2)(3x-3)-(3x+2)(8-x)\\ &= (3x+2)[2(3x-3)-(8-x)]\\ &= (3x+2)[6x-6-8+x]\\ &= (3x+2)(7x-14)\\ &= 7(3x+2)(x-2)\end{aligned}$$

4 Lineare Gleichungen

Aufgabe 4.01

Lösen Sie die Gleichung nach x auf:

$$-x + 35 - 2(5x - 17) = -(1 - 14x)$$

$$\begin{aligned}
-x + 35 - 2(5x - 17) &= -(1 - 14x) && \text{| ausmultiplizieren} \\
-x + 35 - 10x + 34 &= -1 + 14x && \text{| zusammenfassen} \\
69 - 11x &= -1 + 14x && \text{| } + 1 + 11x \\
70 &= 25x && \text{| } : 25
\end{aligned}$$

$$x = \frac{70}{25} = \frac{14}{5} = 2.8$$

Aufgabe 4.02

Lösen Sie die Gleichung nach x auf:

$$6(x-1)^2 = 2\left(3x^2 - 2x + 7\right)$$

$$\begin{aligned}
6(x-1)^2 &= 2\left(3x^2 - 2x + 7\right) && \text{| ausmultiplizieren} \\
6\left(x^2 - 2x + 1\right) &= 6x^2 - 4x + 14 && \text{| ausmultiplizieren} \\
6x^2 - 12x + 6 &= 6x^2 - 4x + 14 && \text{| } - 6x^2 + 12x - 14 \\
-8 &= 8x && \text{| } : 8 \\
-1 &= x
\end{aligned}$$

Aufgabe 4.03

Für welchen Wert von a hat die folgende Gleichung die Lösung $x = 5$?

$$\frac{5}{4}(3x + 9) = 7(x - 1) + a$$

$$\begin{aligned}
\frac{5}{4}(3x+9) &= 7(x-1)+a && \mid x=5\\
\frac{5}{4}(3\cdot 5+9) &= 7(5-1)+a && \mid \text{ausrechnen}\\
\frac{5}{4}\cdot 24 &= 7\cdot 4+a && \mid \text{ausrechnen}\\
30 &= 28+a && \mid -28\\
2 &= a
\end{aligned}$$

Aufgabe 4.04

Lösen Sie die Gleichung nach x auf:

$$(4-x)^2 = 5-x(1-x)$$

$$\begin{aligned}
(4-x)^2 &= 5-x(1-x) && \mid \text{ausmultiplizieren}\\
16-8x+x^2 &= 5-x+x^2 && \mid -x^2\\
16-8x &= 5-x && \mid +8x-5\\
11 &= 7x && \mid :7\\
\frac{11}{7} &= x
\end{aligned}$$

Aufgabe 4.05

Für welchen Wert von a hat die folgende Gleichung die Lösung $x=5$?

$$2(3x-4) = 5(x+1)+a$$

$$\begin{aligned}
2(3x-4) &= 5(x+1)+a && \mid x=5\\
2(3\cdot 5-4) &= 5(5+1)+a && \mid \text{ausrechnen}\\
2\cdot 11 &= 5\cdot 6+a && \mid \text{ausrechnen}\\
22 &= 30+a && -30\\
-8 &= a
\end{aligned}$$

Aufgabe 4.06

Lösen Sie die Gleichung nach x auf:

$$4x + 17 - 5x + 42 = 23x + 56$$

$$\begin{aligned} 4x + 17 - 5x + 42 &= 23x + 56 && \mid \text{zusammenfassen} \\ -x + 59 &= 23x + 56 && \mid +x - 56 \\ 3 &= 24x \end{aligned}$$

$$x = \frac{3}{24} = \frac{1}{8} = 0.125$$

Aufgabe 4.07

Lösen Sie die Gleichung nach x auf:

$$6x^2 + 3x + 15 = 3\left(2x^2 - 5x - 8\right)$$

$$\begin{aligned} 6x^2 + 3x + 15 &= 3\left(2x^2 - 5x - 8\right) && \mid \text{ausmultiplizieren} \\ 6x^2 + 3x + 15 &= 6x^2 - 15x - 24 && \mid -6x^2 \\ 3x + 15 &= -15x - 24 && \mid +15x - 15 \\ 18x &= -39 \end{aligned}$$

$$x = -\frac{39}{18} = -\frac{13}{6}$$

Aufgabe 4.08

Lösen Sie die Gleichung nach x auf:

$$x + 15x + 46 = 12x + 134$$

$$\begin{aligned} x + 15x + 46 &= 12x + 134 && \mid -12x \\ 4x + 46 &= 134 && \mid -46 \\ 4x &= 88 && \mid :4 \\ x &= 22 \end{aligned}$$

Aufgabe 4.09

Lösen Sie die Gleichung nach x auf:

$$12(x-1)^2 = -4\left(-3x^2+2x-7\right)$$

$$\begin{aligned}
12(x-1)^2 &= -4\left(-3x^2+2x-7\right) && \text{| ausmultiplizieren}\\
12\left(x^2-2x+1\right) &= 12x^2-8x+28 && \text{| ausmultiplizieren}\\
12x^2-24x+12 &= 12x^2-8x+28 && \text{| } -12x^2\\
-24x+12 &= -8x+28 && \text{| } +24x-28\\
-16 &= 16x && \text{| } :16\\
-1 &= x
\end{aligned}$$

Aufgabe 4.10

Für welchen Wert von a hat die folgende Gleichung die Lösung $x=-4$?

$$2\left(\frac{3}{4}x-7\right) = -5x+4a$$

$$\begin{aligned}
2\left(\frac{3}{4}x-7\right) &= -5x+4a && \text{| } x=-4\\
2\left(\frac{3}{4}\cdot(-4)-7\right) &= -5\cdot(-4)+4a && \text{| ausrechnen}\\
2\cdot(-10) &= 20+4a && \text{| } -20\\
-40 &= 4a && \text{| } :4\\
-10 &= a
\end{aligned}$$

Aufgabe 4.11

Lösen Sie die Gleichung nach x auf:

$$25+4(x+2) = 17x-6$$

$$
\begin{aligned}
25 + 4(x + 2) &= 17x - 6 && \mid \text{ausmultiplizieren} \\
25 + 4x + 8 &= 17x - 6 && \mid \text{zusammenfassen} \\
4x + 33 &= 17x - 6 && \mid -4x + 6 \\
39 &= 13x && \mid : 13 \\
\frac{39}{13} &= x && \mid \text{Bruch kürzen} \\
3 &= x
\end{aligned}
$$

Aufgabe 4.12

Lösen Sie die Gleichung nach x auf:

$$(3 + 2x)^2 = 3x + 4x^2$$

$$
\begin{aligned}
(3 + 2x)^2 &= 3x + 4x^2 && \mid \text{ausmultiplizieren} \\
9 + 12x + 4x^2 &= 3x + 4x^2 && \mid -4x^2 - 3x - 9 \\
9x &= -9 && \mid : 9 \\
x &= \frac{-9}{9} && \mid \text{Bruch kürzen} \\
x &= -1
\end{aligned}
$$

Aufgabe 4.13

Wenn man zur Hälfte einer Zahl 7 addiert, erhält man 14 weniger als die Zahl.

Schreiben Sie die Gleichung zum Finden dieser Zahl auf, und lösen Sie diese Gleichung. Ein blosses Erraten der Zahl gilt nicht als Lösung der Aufgabe.

$$
\begin{aligned}
\frac{x}{2} + 7 &= x - 14 && \mid \cdot 2 \\
x + 14 &= 2x - 28 && \mid -x + 28 \\
42 &= x
\end{aligned}
$$

Aufgabe 4.14

Lösen Sie die Gleichung nach x auf:

$$15 - 3x + 8 = 5x - 4 + x$$

$$\begin{aligned} 15 - 3x + 8 &= 5x - 4 + x && \text{| zusammenfassen} \\ -3x + 23 &= 6x - 4 && \text{| } + 3x + 4 \\ 27 &= 9x && \text{| } : 9 \\ 3 &= x \end{aligned}$$

Aufgabe 4.15

Lösen Sie die Gleichung nach x auf:

$$4(x+2)^2 = 12x + 4x^2$$

$$\begin{aligned} 4(x+2)^2 &= 12x + 4x^2 && \text{| ausmultiplizieren} \\ 4(x^2 + 4x + 4) &= 12x + 4x^2 && \text{| ausmultiplizieren} \\ 4x^2 + 16x + 16 &= 12x + 4x^2 && \text{| } - 4x^2 - 12x - 16 \\ 4x &= -16 && \text{| } : 4 \\ x &= \frac{-16}{4} && \text{| Bruch kürzen} \\ x &= -4 \end{aligned}$$

Aufgabe 4.16

Wenn man zu einer Zahl 18 addiert, erhält man 6 mehr als das Vierfache der Zahl.

Schreiben Sie die Gleichung zum Finden dieser Zahl auf, und lösen Sie diese Gleichung. Ein blosses Erraten der Zahl gilt nicht als Lösung der Aufgabe.

$$\begin{aligned} x + 18 &= 4x + 6 && \text{| } - x - 6 \\ 12 &= 3x && \text{| } : 3 \\ 4 &= x \end{aligned}$$

Aufgabe 4.17

Lösen Sie die Gleichung nach x auf:

$$9 - 4x + 2 = 2x - 8 - x$$

$$\begin{aligned} 9 - 4x + 2 &= 2x - 8 - x && \mid \text{zusammenfassen} \\ -4x + 11 &= x - 8 && \mid +4x + 8 \\ 19 &= 5x && \mid : 5 \\ \frac{19}{5} &= x \end{aligned}$$

Aufgabe 4.18

Lösen Sie die Gleichung nach x auf:

$$(2x - 5)(3x + 1) = 2(4x - 5) + 6x^2$$

$$\begin{aligned} (2x - 5)(3x + 1) &= 2(4x - 5) + 6x^2 && \mid \text{ausmultiplizieren} \\ 6x^2 + 2x - 15x - 5 &= 8x - 10 + 6x^2 && \mid \text{zusammenfassen} \\ 6x^2 - 13x - 5 &= 6x^2 + 8x - 10 && \mid -6x^2 + 13x + 10 \\ 5 &= 21x && \mid : 21 \\ \frac{5}{21} &= x \end{aligned}$$

Aufgabe 4.19

Wenn man vom Fünffachen einer Zahl 6 subtrahiert, erhält man 9 mehr als das Doppelte dieser Zahl.

Schreiben Sie die Gleichung zum Finden dieser Zahl auf, und lösen Sie diese Gleichung. Ein blosses Erraten der Zahl gilt nicht als Lösung der Aufgabe.

$$\begin{aligned} 5x - 6 &= 2x + 9 && \mid -2x + 6 \\ 3x &= 15 && \mid : 3 \\ x &= 5 \end{aligned}$$

Aufgabe 4.20

Lösen Sie die Gleichung nach x auf:

$$8 - 2x + 1 = 7x - 5 - x$$

$$\begin{aligned}
8 - 2x + 1 &= 7x - 5 - x && \text{| zusammenfassen} \\
9 - 2x &= 6x - 5 && \text{| } + 2x + 5 \\
14 &= 8x && \text{| } : 8 \\
\frac{14}{8} &= x && \text{| Bruch kürzen} \\
\frac{7}{4} &= x
\end{aligned}$$

Aufgabe 4.21

Lösen Sie die Gleichung nach x auf:

$$(x - 1)(x + 3) = 5(x - 2) + x^2$$

$$\begin{aligned}
(x - 1)(x + 3) &= 5(x - 2) + x^2 && \text{| ausmultiplizieren} \\
x^2 + 3x - x - 3 &= 5x - 10 + x^2 && \text{| zusammenfassen} \\
x^2 + 2x - 3 &= x^2 + 5x - 10 && \text{| } - x^2 - 2x + 10 \\
7 &= 3x && \text{| } : 3 \\
\frac{7}{3} &= x
\end{aligned}$$

Aufgabe 4.22

Wenn man von einer Zahl 13 subtrahiert, erhält man 8 mehr als die Hälfte dieser Zahl.

Schreiben Sie die Gleichung zum Finden dieser Zahl auf, und lösen Sie diese Gleichung. Ein blosses Erraten der Zahl gilt nicht als Lösung der Aufgabe.

$$\begin{aligned}
x - 13 &= \frac{x}{2} + 8 && \text{| } \cdot 2 \\
2x - 26 &= x + 16 && \text{| } - x + 26 \\
x &= 42
\end{aligned}$$

Aufgabe 4.23

Lösen Sie die Gleichung nach x auf:

$$2x - 5y + 2 = 5x + y - 1$$

$$\begin{aligned}
2x - 5y + 2 &= 5x + y - 1 && \mid -2x \\
-5y + 2 &= 3x + y - 1 && \mid -y \\
-6y + 2 &= 3x - 1 && \mid +1 \\
-6y + 3 &= 3x && \mid :3 \\
-2y + 1 &= x
\end{aligned}$$

Aufgabe 4.24

Lösen Sie die Gleichung nach x auf:

$$(4 - x)^2 = 5 - x(1 - x)$$

$$\begin{aligned}
(4 - x)^2 &= 5 - x(1 - x) && \mid \text{ausmultiplizieren} \\
16 - 8x + x^2 &= 5 - x + x^2 && \mid -x^2 + 8x \\
16 &= 5 + 7x && \mid -5 \\
11 &= 7x && \mid :7 \\
\frac{11}{7} &= x
\end{aligned}$$

Aufgabe 4.25

Die folgende Textaufgabe ist mit einer passenden Gleichung zu lösen:

Anne ist fünf Jahre jünger als ihre Schwester Chantal. Zusammengerechnet sind beide $43\,\text{Jahre}$ alt. Wie alt ist Anne?

Anne ist x Jahre alt, Chantal ist $(x + 5)$ Jahre alt.

$$\begin{aligned}
x + (x + 5) &= 43 && \mid \text{zusammenfassen} \\
2x + 5 &= 43 && \mid -5 \\
2x &= 38 && \mid :2 \\
x &= 19
\end{aligned}$$

Anne ist $19\,\text{Jahre}$ alt.

Aufgabe 4.26

Lösen Sie schrittweise die Gleichung nach x auf:

$$(14 - x) - (5 - 2x) = 14$$

$$\begin{aligned}
(14 - x) - (5 - 2x) &= 14 && \mid \text{Klammern weglassen} \\
14 - x - 5 + 2x &= 14 && \mid \text{zusammenfassen} \\
9 + x &= 14 && \mid -9 \\
x &= 5
\end{aligned}$$

Aufgabe 4.27

Lösen Sie schrittweise die Gleichung nach x auf:

$$3(5x + 2) = 2(x - 8)$$

$$\begin{aligned}
3(5x + 2) &= 2(x - 8) && \mid \text{Ausmultiplizieren} \\
15x + 6 &= 2x - 16 && \mid -2x - 6 \\
13x &= -22 && \mid : 13 \\
x &= \frac{-22}{13}
\end{aligned}$$

Aufgabe 4.28

Lösen Sie die folgende Frage mit Hilfe einer passenden Gleichung:

Wenn Ava vom Doppelten einer Zahl 45 subtrahiert, so erhält sie die um Acht kleinere Zahl. Wie lautet die Zahl?

$$\begin{aligned}
2x - 45 &= x - 8 && \mid -x + 45 \\
x &= 37
\end{aligned}$$

Die Zahl lautet 37.

Aufgabe 4.29

Lösen Sie schrittweise die folgende Gleichung nach x auf:

$$7x + 20 + 2x = 12x - 43$$

$$\begin{aligned} 7x + 20 + 2x &= 12x - 43 && \mid \text{zusammenfassen} \\ 9x + 20 &= 12x - 43 && \mid -9x \\ 20 &= 3x - 43 && \mid +43 \\ 63 &= 3x && \mid :3 \\ 21 &= x \end{aligned}$$

Aufgabe 4.30

Lösen Sie schrittweise die folgende Gleichung nach x auf:

$$(5 - 2x)^2 = 1 + x(8 + 4x)$$

$$\begin{aligned} (5 - 2x)^2 &= 1 + x(8 + 4x) && \mid \text{ausmultiplizieren} \\ 25 - 20x + 4x^2 &= 1 + 8x + 4x^2 && \mid -4x^2 \\ 25 - 20x &= 1 + 8x && \mid +20x \\ 25 &= 1 + 28x && \mid -1 \\ 24 &= 28x && \mid :28 \\ \frac{24}{28} &= x && \mid \text{kürzen} \\ \frac{6}{7} &= x \end{aligned}$$

Aufgabe 4.31

Die folgende Textaufgabe ist mit einer passenden Gleichung zu lösen:

Drei Kinder sammeln Haselnüsse. Andrea hat fünf Mal so viele Haselnüsse wie Beat, Claudia hat drei Mal so viele wie Andrea, alle drei zusammen haben $840\,\text{Haselnüsse}$. Wie viele hat Andrea?

Beat hat x Nüsse, Claudia hat $3x$ Nüsse, Andrea hat $5x$ Nüsse.

$$\begin{aligned} x + 5x + 15x &= 840 && \mid \text{zusammenfassen} \\ 21x &= 840 && \mid : 7 \\ 3x &= 120 && \mid : 3 \\ x &= 40 \end{aligned}$$

Andrea hat $200\,\text{Nüsse}$.

Aufgabe 4.32

Lösen Sie schrittweise die Gleichung nach x auf:

$$2x - 14 + x = 7x + 28$$

$$\begin{aligned} 2x - 14 + x &= 7x + 28 && \mid \text{zusammenfassen} \\ 3x - 14 &= 7x + 28 && \mid -3x \\ -14 &= 4x + 28 && \mid -28 \\ -42 &= 4x && \mid : 4 \\ -\frac{21}{2} &= x \end{aligned}$$

Aufgabe 4.33

Lösen Sie schrittweise die Gleichung nach x auf:

$$(7 - x)^2 = 6 + x(3 + x)$$

$$\begin{aligned} (7 - x)^2 &= 6 + x(3 + x) && \mid \text{Ausmultiplizieren} \\ 49 - 14x + x^2 &= 6 + 3x + x^2 && \mid -x^2 \\ 49 - 14x &= 6 + 3x && \mid +14x - 6 \\ 43 &= 17x && \mid : 17 \\ \frac{43}{17} &= x \end{aligned}$$

Aufgabe 4.34

Die folgende Textaufgabe ist mit einer passenden Gleichung zu lösen:

Carla hat ein Drittel so viele Spielzeugautos wie Daniela, Fiona hat halb so viele wie Daniela. Zusammen haben alle drei insgesamt $110\,\text{Autos}$. Wie viele hat Fiona?

Carla hat x Autos, Daniela hat $3x$ Autos, Fiona hat $1.5x$ Autos.

$$\begin{aligned} x + 3x + 1.5x &= 110 && \mid \text{zusammenfassen} \\ 5.5x &= 110 && \mid : 5.5 \\ x &= 20 \end{aligned}$$

Fiona hat also $30\,\text{Autos}$.

Aufgabe 4.35

Lösen Sie schrittweise die Gleichung nach x auf:

$$5x - 7 = 5 + x$$

$$\begin{aligned} 5x - 7 &= 5 + x && \mid -x + 7 \\ 4x &= 12 && \mid : 4 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

Aufgabe 4.36

Lösen Sie schrittweise die Gleichung nach x auf:

$$2x - \frac{x-4}{3} = \frac{x}{2}$$

$$\begin{aligned} 2x - \frac{x-4}{3} &= \frac{x}{2} && \mid \cdot 6 \\ 12x - 2(x-4) &= 3x && \mid \text{vereinfachen} \\ 10x + 8 &= 3x && \mid -3x - 8 \\ 7x &= -8 && \mid : 7 \\ x &= -\frac{8}{7} \end{aligned}$$

Aufgabe 4.37

Lösen Sie die folgende Aufgabe mit einer passenden Gleichung:

In einem Bus sind $\frac{4}{5}$ der Sitzplätze besetzt. An der nächsten Haltestelle steigt die Hälfte der Fahrgäste aus und $18\,\text{Fahrgäste}$ steigen wieder ein. Jetzt sind noch $27\,\text{Sitzplätze}$ frei. Wie viele Sitzplätze hat der Bus?

Der Bus hat x Sitzplätze.

$$\begin{aligned}
\frac{4}{5}x - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{4}{5}x\right) + 18 &= x - 27 \\
\frac{2}{5}x + 18 &= x - 27 \\
45 &= \frac{3}{5}x \\
x &= 75
\end{aligned}$$

Aufgabe 4.38

Lösen Sie schrittweise die Gleichung nach x auf:

$$5x - 7 = 5 - x$$

$$\begin{aligned}
5x - 7 &= 5 - x && | + x \\
6x - 7 &= 5 && | + 7 \\
6x &= 12 && | : 6 \\
x &= 2
\end{aligned}$$

Aufgabe 4.39

Lösen Sie schrittweise die Gleichung nach x auf:

$$x + \frac{x}{3} + \frac{x}{6} = 45$$

$$\begin{aligned}
x + \frac{x}{3} + \frac{x}{6} &= 45 && | \text{ gleichnamig machen} \\
\frac{6x}{6} + \frac{2x}{6} + \frac{x}{6} &= 45 && | \text{ addieren} \\
\frac{9x}{6} &= 45 && | : 9 \\
\frac{x}{6} &= 5 && | \cdot 6 \\
x &= 30
\end{aligned}$$

Aufgabe 4.40

Für welchen Wert von a hat die folgende Gleichung die Lösung $x = -3$?

$$2x - 3 + 2a = x^2 + 5$$

$$\begin{aligned}
2x - 3 + 2a &= x^2 + 5 && \mid x = -3 \text{ einsetzen} \\
2(-3) - 3 + 2a &= (-3)^2 + 5 && \mid \text{einsetzen} \\
-6 - 3 + 2x &= 9 + 5 && \mid \text{multiplizieren} \\
2x &= 23 && \mid : 2 \\
x &= \frac{23}{2}
\end{aligned}$$

Für den Wert $a = 11.5$.

Aufgabe 4.41

Verkleinert man das Vierfache einer Zahl um 9, erhält man gleich viel, wie wenn man ihr Dreifaches um 5 vergrössert. Beschreiben Sie die Situation mit einer Gleichung und bestimmen Sie die Zahl.

$$4x - 9 = 3x + 5$$

$$\rightarrow x - 9 = 5 \rightarrow x = 14$$

Aufgabe 4.42

Addiert man zu einer Zahl 15, so erhält man das Dreifache der Zahl. Beschreiben Sie die Situation mit einer Gleichung und bestimmen Sie die Zahl.

$$x + 15 = 3x$$

$$\rightarrow 15 = 2x \rightarrow x = \frac{15}{2}$$

Aufgabe 4.43

Addiert man zu einer Zahl die um 8 grössere Zahl, so erhält man das Fünffache der Zahl. Beschreiben Sie die Situation mit einer Gleichung und bestimmen Sie die Zahl.

$$x + (x + 8) = 5x$$

$$\rightarrow 2x + 8 = 5x \rightarrow 8 = 3x \rightarrow x = \frac{8}{3}$$

Aufgabe 4.44

Subtrahiert man von einer Zahl 20, so erhält man das Dreifache der Zahl. Beschreiben Sie die Situation mit einer Gleichung und bestimmen Sie die Zahl.

$$\begin{aligned} x - 20 &= 3x \\ -20 &= 2x \\ x &= -10 \end{aligned}$$

Aufgabe 4.45

Lösen Sie die folgende Gleichung schrittweise nach x auf. Der Lösungsweg wird mit bewertet.

$$10x + 13 - 18x = x + 4 - 4x$$

$$\begin{aligned} 10x + 13 - 18x &= x + 4 - 4x && \mid \text{zusammenfassen} \\ -8x + 13 &= -3x + 4 && \mid +8x - 4 \\ 9 &= 5x && \mid : 5 \\ \frac{9}{5} &= x \end{aligned}$$

Aufgabe 4.46

Lösen Sie die folgende Gleichung schrittweise nach x auf. Der Lösungsweg wird mit bewertet.

$$(x+2)^2 = x^2 + 4^2$$

$$\begin{aligned}
(x+2)^2 &= x^2 + 4^2 && \mid \text{ausmultiplizieren} \\
x^2 + 4x + 4 &= x^2 + 16 && \mid -x^2 \\
4x + 4 &= 16 && \mid -44x \qquad = 12 \qquad \mid :4 \\
x &= 3
\end{aligned}$$

Aufgabe 4.47

Janina hat in Mathematik einen Schnitt von 4.8. Nur die Note des Basaltests fehlt noch, welche $25\,\%$ der Zeugnisnote ausmacht. Welche Note x muss Janina im Basaltest erreichen, um eine gerundete Zeugnisnote von 5 zu erhalten?

Stellen Sie eine Gleichung auf und lösen Sie diese nach x auf, um diese Frage zu beantworten. Der Lösungsweg wird mit bewertet.

$$\begin{aligned}
\frac{1}{4} \cdot x + \frac{3}{4} \cdot 4.8 &= 4.75 && \mid \cdot 4 \\
x + 3 \cdot 4.8 &= 19 && \mid \text{vereinfachen} \\
x + 14.4 &= 19 && \mid -14.4 \\
x &= 4.6
\end{aligned}$$

Aufgabe 4.48

Lösen Sie schrittweise die folgende Gleichung nach x auf:

$2x(5+x) = 2 + x(3+2x)$

$$\begin{aligned}
2x(5+x) &= 2 + x(3+2x) && \mid \text{ausmultiplizieren} \\
10x + 2x^2 &= 2 + 3x + 2x^2 && \mid -2x^2 \\
10x &= 2 + 3x && \mid -3x \\
7x &= 2 && \mid :7 \\
x &= \frac{2}{7}
\end{aligned}$$

Aufgabe 4.49

Von einem Rechteck mit Umfang $32\,\mathrm{cm}$ ist die Länge $4\,\mathrm{cm}$ länger als die Breite x. Wie gross ist x?

Beantworten Sie die Frage, indem Sie eine Gleichung aufstellen und lösen.

$$\begin{aligned} 32 &= 2 \cdot (x + 4 + x) && \text{|vereinfachen} \\ 32 &= 4x + 8 && \text{| : 4} \\ 8 &= x + 2 && \text{| − 2} \\ 6 &= x \end{aligned}$$

Die Breite beträgt $6\,\mathrm{cm}$

Aufgabe 4.50

Lösen Sie die folgende Gleichung nach x auf:

$$2(3x + 1) = 5(x - 2)$$

$$\begin{aligned} 2(3x + 1) &= 5(x - 2) \\ 6x + 2 &= 5x - 10 \\ x &= -12 \end{aligned}$$

Aufgabe 4.51

Lösen Sie die folgende Gleichung nach x auf:

$$4(x + 3) = 7(2x - 5) + 7$$

$$\begin{aligned} 4(x + 3) &= 7(2x - 5) + 7 \\ 4x + 12 &= 14x - 35 + 7 \\ 12 &= 10x - 28 \\ 40 &= 10x \\ 4 &= x \end{aligned}$$

Aufgabe 4.52

Lösen Sie die folgende Gleichung nach x auf:

$$-2(-3x^2+3x)+14=6(x-1)^2$$

$$\begin{aligned} -2(-3x^2+3x)+14 &= 6(x-1)^2 && \mid \text{ausmultiplizieren} \\ 6x^2-6x+14 &= 6x^2-12x+6 && \mid -6x^2+12x-14 \\ 6x &= -8 && \mid :6 \\ x &= -\frac{8}{6}=-\frac{4}{3} \end{aligned}$$

Aufgabe 4.53

Lösen Sie die folgende Gleichung nach x auf:

$$\frac{x}{5}-2=-1$$

$$\begin{aligned} \frac{x}{5}-2 &= -1 && \mid +2 \\ \frac{x}{5} &= 1 && \mid \cdot 5 \\ x &= 5 \end{aligned}$$

Aufgabe 4.54

Lösen Sie die folgende Gleichung nach x auf:

$$\frac{1}{5}(x-2)=-1$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{5}(x-2) &= -1 && \mid \cdot 5 \\ x-2 &= -5 && \mid +2 \\ x &= -3 \end{aligned}$$

Aufgabe 4.55

Lösen Sie die folgende Gleichung nach x auf:

$$3(2x-5)-2(x-1)=3$$

$$\begin{aligned}
3(2x-5)-2(x-1)&=3 && \text{| Ausmultiplizieren}\\
6x-15-2x+2&=3 && \text{| Vereinfachen}\\
4x-13&=3 && \text{| } +13\\
4x&=16 && \text{|: } 4\\
x&=4
\end{aligned}$$

Aufgabe 4.56

Lösen Sie die folgende Gleichung nach x auf:

$$5(x+2)-2(3-2x)=-14$$

$$\begin{aligned}
5(x+2)-2(3-2x)&=-14 && \text{| Ausmultiplizieren}\\
5x+10-6+4x&=-14 && \text{| Vereinfachen}\\
9x+4&=-14 && \text{| } -4\\
9x&=-18 && \text{|: } 9\\
x&=-2
\end{aligned}$$

Aufgabe 4.57

Lösen Sie die folgende Gleichung nach x auf:

$$5-x-3(4-x)=7+3x$$

$$\begin{aligned}
5-x-3(4-x)&=7+3x && \text{| Ausmultiplizieren}\\
5-x-12+3x&=7+3x && \text{| Vereinfachen}\\
2x-7&=7+3x && \text{| } -3x\\
-x-7&=7 && \text{| } +7\\
-x&=14 && \text{|: } (-1)\\
x&=-14
\end{aligned}$$

Aufgabe 4.58

Lösen Sie die folgende Gleichung nach x auf:

$$x + 7 = \frac{3}{4}(x + 12)$$

$$\begin{aligned}
x + 7 &= \frac{3}{4}(x + 12) && | \cdot 4 \\
4(x + 7) &= 3(x + 12) && | \text{ Ausmultiplizieren} \\
4x + 28 &= 3x + 36 && | -3x \\
x + 28 &= 36 && | -28 \\
x &= 8
\end{aligned}$$

Aufgabe 4.59

Lösen Sie die folgende Gleichung nach x auf:

$$\frac{x}{2} = \frac{3 + x}{5}$$

$$\begin{aligned}
\frac{x}{2} &= \frac{3 + x}{5} && | \cdot 2 \\
x &= 2 \cdot \frac{3 + x}{5} && | \cdot 5 \\
5x &= 2(3 + x) && | \text{ Ausmultiplizieren} \\
5x &= 6 + 2x && | -2x \\
3x &= 6 && | : 3 \\
x &= 2
\end{aligned}$$

Aufgabe 4.60

Lösen Sie die folgende Gleichung nach x auf:

$$\frac{3}{4}x = x - 4$$

$$\begin{aligned}
\frac{3}{4}x &= x - 4 && \mid \cdot 4 \\
3x &= 4(x-4) && \mid \text{Ausmultiplizieren} \\
3x &= 4x - 16 && \mid -4x \\
-x &= -16 && \mid \div(-1) \\
x &= 16
\end{aligned}$$

Aufgabe 4.61

Lösen Sie die folgende Gleichung nach x auf:

$$3 - 2(x-5) = 6(2-x) - 13$$

$$\begin{aligned}
3 - 2(x-5) &= 6(2-x) - 13 && \mid \text{Ausmultiplizieren} \\
3 - 2x + 10 &= 12 - 6x - 13 && \mid \text{Vereinfachen} \\
-2x + 13 &= -6x - 1 && \mid +6x \\
4x + 13 &= -1 && \mid -13 \\
4x &= -14 && \mid : 4 \\
x &= -\frac{7}{2}
\end{aligned}$$

Aufgabe 4.62

Lösen Sie die folgende Gleichung nach x auf:

$$2(x-2) - 2x + 3 = 3(x+1) - 10$$

$$\begin{aligned}
2(x-2) - 2x + 3 &= 3(x+1) - 10 && \mid \text{Ausmultiplizieren} \\
2x - 4 - 2x + 3 &= 3x + 3 - 10 && \mid \text{Vereinfachen} \\
-1 &= 3x - 7 && \mid +7 \\
6 &= 3x && \mid : 3 \\
x &= 2
\end{aligned}$$

Aufgabe 4.63

Lösen Sie die folgende Gleichung nach x auf:

$$4x + 2 = 6\left(\frac{1}{3}x - \frac{2}{3}\right)$$

$$\begin{aligned}
4x + 2 &= 6\left(\frac{1}{3}x - \frac{2}{3}\right) && \text{| Ausmultiplizieren} \\
4x + 2 &= 2x - 4 && \text{| } -2x \\
2x + 2 &= -4 && \text{| } -2 \\
2x &= -6 && \text{|: } 2 \\
x &= -3
\end{aligned}$$

Aufgabe 4.64

Lösen Sie die folgende Gleichung nach x auf:

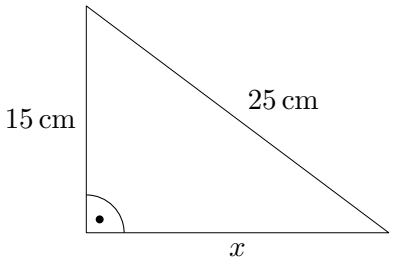
$$7(3 - 2x) - 29 = -16 + 2(5 - 6x)$$

$$\begin{aligned}
7(3 - 2x) - 29 &= -16 + 2(5 - 6x) && \text{| Ausmultiplizieren} \\
21 - 14x - 29 &= -16 + 10 - 12x && \text{| Vereinfachen} \\
-14x - 8 &= -6 - 12x && \text{| } +12x \\
-2x - 8 &= -6 && \text{| } +8 \\
-2x &= 2 && \text{|: } (-2) \\
x &= -1
\end{aligned}$$

5 Pythagoras

Aufgabe 5.01

In einem rechtwinkligen Dreieck beträgt die Hypotenuse $25\,\mathrm{cm}$ und eine Kathete $15\,\mathrm{cm}$. Skizzieren Sie das Dreieck und schreiben Sie die Seiten mit den gegebenen Grössen an. Wie lange ist die andere Kathete?

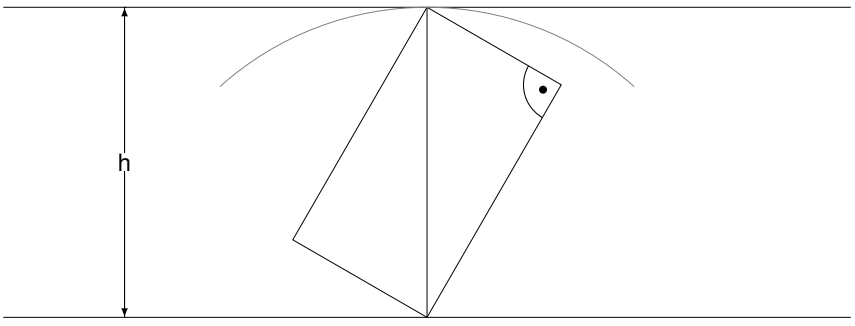


$$x = \sqrt{25^2 - 15^2} = \sqrt{625 - 225} = \sqrt{400} = 20\,\mathrm{cm}$$

Aufgabe 5.02

Ein Schrank mit einer Tiefe von 45 Zentimeter und einer Höhe von 2 Meter wird in einem engen Kellerraum aufgestellt. Dabei streift er haarscharf an der Zimmerdecke. Die unten stehende Skizze zeigt die Situation von der Seite.

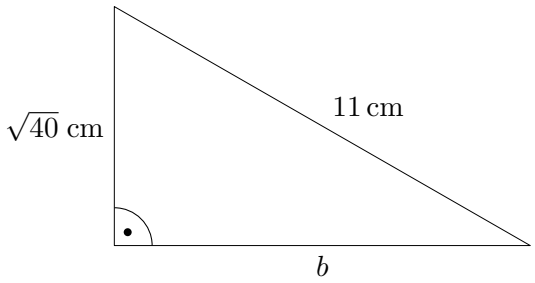
Tragen Sie die gegebenen Grössen in die Skizzem ein und berechnen Sie, wie hoch der Keller mindestens sein muss. Hinweis: Ergebnis als Wurzel reicht!



$$h = \sqrt{200^2 + 45^2} = \sqrt{40000 + 2025} = \sqrt{42025} = 205\,\mathrm{cm}$$

Aufgabe 5.03

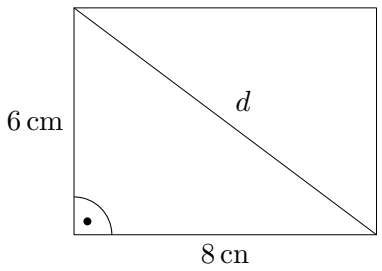
In einem rechtwinkligen Dreieck beträgt die Hypotenuse 11 cm und eine Kathete $\sqrt{40}$ cm. Wie lange ist die andere Kathete?



$$b = \sqrt{11^2 - \sqrt{40}^2} = \sqrt{121 - 40} = \sqrt{81} = 9\,\text{cm}$$

Aufgabe 5.04

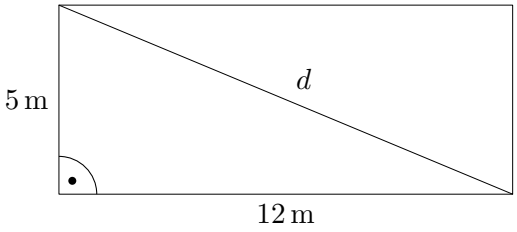
Wie lange ist die Diagonale eines 6 cm breiten und 8 cm langen Rechtecks?



$$d = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10\,\text{cm}$$

Aufgabe 5.05

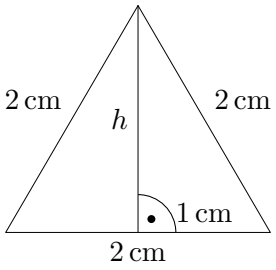
Ein rechteckiges Grundstück sei $12\,\text{m}$ lang und $5\,\text{m}$ breit. Berechnen Sie die Diagonale.



$$d = \sqrt{12^2 + 5^2} = \sqrt{144 + 25} = \sqrt{169} = 13\,\text{m}$$

Aufgabe 5.06

Ein gleichseitiges Dreieck mit der Seitenlänge 2 cm ist gegeben, alle Seiten sind also gleich lang. Berechnen Sie die Länge der Höhe h sowie die Fläche F des Dreiecks.

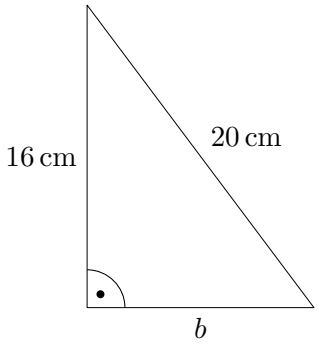


$$h = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{4 - 1} = \sqrt{3}\,\text{cm}$$

$$F = \frac{2 \cdot \sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}\,\text{cm}^2$$

Aufgabe 5.07

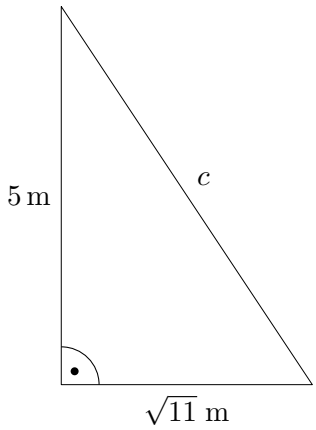
Im Dreieck ABC mit $\gamma = 90°$ sind die Seiten $a = 16$ und $c = 20$ gegeben. Berechnen Sie die Seite b.



$b = \sqrt{20^2 - 16^2} = \sqrt{400 - 256} = \sqrt{144} = 12\,\text{cm}$

Aufgabe 5.08

Ein $5\,\text{m}$ hohes Zelt wirft einen Schatten von $\sqrt{11}\,\text{m}$ Länge auf den waagrechten Boden. Berechnen Sie, wie weit die Spitze des Zelts von ihrem Schattenpunkt entfernt ist.



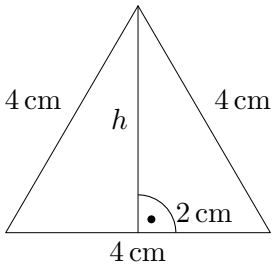
$c = \sqrt{5^2 + \sqrt{11}^2} = \sqrt{25 + 11} = \sqrt{36} = 6\,\text{m}$

Aufgabe 5.09

Ein gleichseitiges Dreieck hat eine Seitenlänge von 4 cm. Berechnen Sie den Flächeninhalt. Hinweis: Ergebnis als Wurzel reicht!

$$h = \sqrt{4^2 - 2^2} = \sqrt{16 - 4} = \sqrt{12}\,\text{cm} = 2\sqrt{3}\,\text{cm}$$

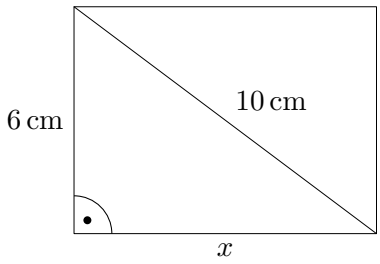
$$F = \frac{4 \cdot 2\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}\,\text{cm}^2$$



Aufgabe 5.10

Die Diagonale eines Rechtecks misst 10 cm. Eine Seite ist 6 cm lang. Wie lange ist die andere Seite des Rechtecks?

$$b = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{100 - 36} = \sqrt{64} = 8\,\text{cm}$$



Aufgabe 5.11

In einem gleichseitigen Dreieck (d.h. alle 3 Seiten sind gleich lang) hat die Höhe die Länge 3. Berechnen Sie die Längen der Seiten.

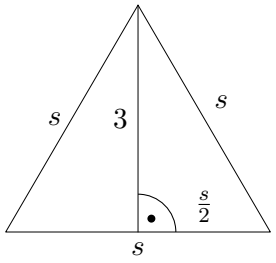
$$s^2 = \left(\frac{s}{2}\right)^2 + 3^2 \qquad \text{| vereinfachen}$$

$$s^2 = \frac{s^2}{4} + 9 \qquad \text{| } -\frac{s^2}{4}$$

$$\frac{3}{4}s^2 = 9 \qquad \text{| } \cdot\frac{4}{3}$$

$$s^2 = 12 \qquad \text{| } \sqrt{\ }$$

$$s = \sqrt{12}$$

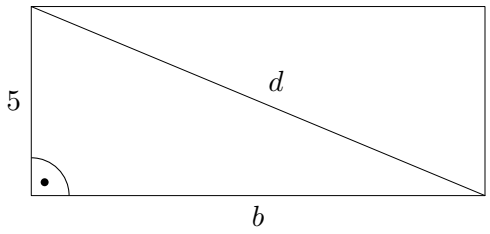


Aufgabe 5.12

In einem Rechteck mit Umfang 34 beträgt die Länge der einen Seite 5. Wie lang ist die Diagonale?

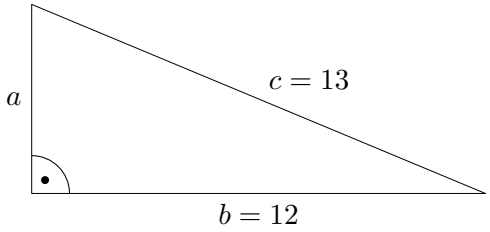
$$\begin{aligned} 2 \cdot 5 + 2b &= 34 && \mid -10 \\ 2b &= 24 && \mid :2 \\ b &= 12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d &= \sqrt{5^2 + 12^2} = \sqrt{25 + 144} \\ &= \sqrt{169} = 13 \end{aligned}$$



Aufgabe 5.13

Ein Dreieck mit $\gamma = 90°$ hat die Seiten $c = 13$ und $b = 12$. Berechnen Sie die Länge der Seite a.

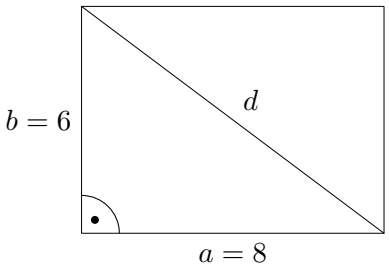


$$a = \sqrt{13^2 - 12^2} = \sqrt{169 - 144} = \sqrt{25} = 5$$

Aufgabe 5.14

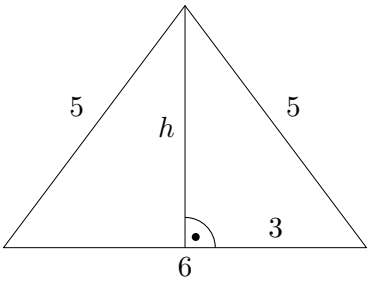
Ein Rechteck hat die Seitenlängen $a = 8$ und $b = 6$. Berechnen Sie die Länge der Diagonalen.

$$d = \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{64 + 36} = \sqrt{100} = 10$$



Aufgabe 5.15

Ein gleichschenkliges Dreieck hat zwei Seiten der Länge 5. Die dritte Seite hat die Länge 6. Berechnen Sie die Länge der Höhe auf die dritte Seite.

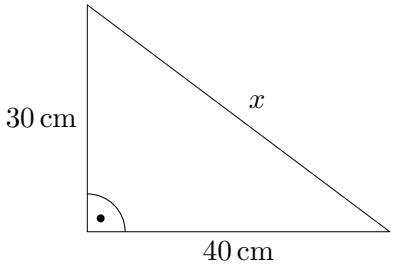


$$h = \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{25 - 9} = \sqrt{16} = 4$$

Aufgabe 5.16

Ein rechtwinkliges Dreieck hat Katheten der Längen $30\,\mathrm{cm}$ und $40\,\mathrm{cm}$. Berechnen Sie die Länge der Hypotenuse.

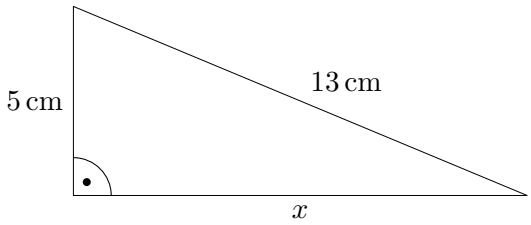
$$x = \sqrt{30^2 + 40^2} = \sqrt{900 + 1600} = \sqrt{2500} = 50\,\mathrm{cm}$$



Aufgabe 5.17

Die Hypotenuse in einem rechtwinkligen Dreieck hat die Länge 13 cm. Die kürzere Kathete ist 5 cm lang. Berechnen Sie die Länge der anderen Kathete.

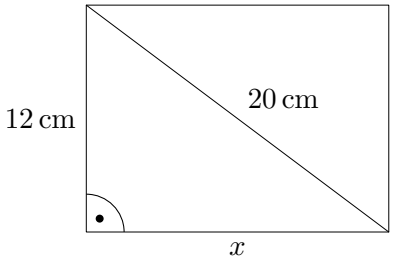
$$x = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} = 12\,\mathrm{cm}$$



Aufgabe 5.18

Von einem Rechteck kennt man die Diagonale $e = 20\,\mathrm{cm}$. Eine Seite des Rechtecks ist $a = 12\,\mathrm{cm}$. Wie lang ist die andere Seite x?

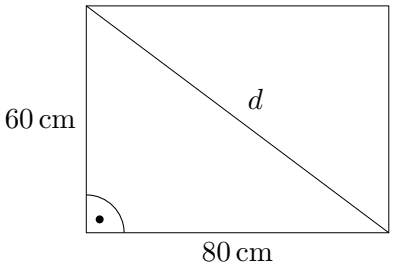
$$x = \sqrt{20^2 - 12^2} = \sqrt{400 - 144} = \sqrt{256} = 16\,\mathrm{cm}$$



Aufgabe 5.19

Ein Rechteck hat die Seitenlängen 60 cm und 80 cm. Berechnen Sie die Länge der Diagonalen.

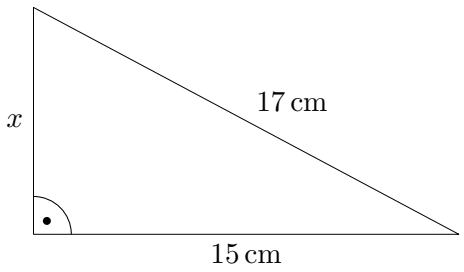
$$d = \sqrt{60^2 + 80^2} = \sqrt{3600 + 6400} = \sqrt{10000} = 100\,\text{cm}$$



Aufgabe 5.20

Die Hypotenuse in einem rechtwinkligen Dreieck hat die Länge 17 cm. Die längere Kathete ist 15 cm lang. Berechnen Sie die Länge der anderen Kathete.

$$x = \sqrt{17^2 - 15^2} = \sqrt{289 - 225} = \sqrt{64} = 8\,\text{cm}$$

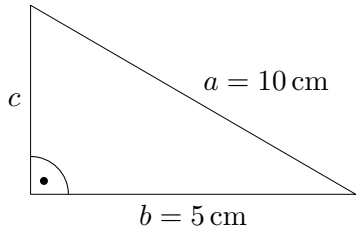


Aufgabe 5.21

Ein rechtwinkliges Dreieck hat als längste Seite $a = 10\,\mathrm{cm}$. Die Seite ist b ist 5 cm lang. Berechnen Sie die Länge der Seite c.

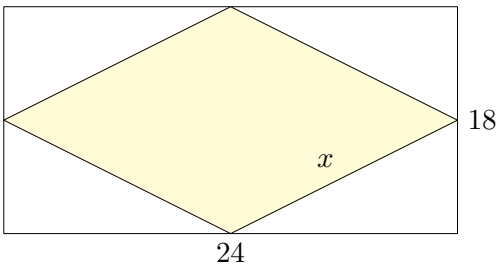
Das Ergebnis ist nicht ganzzahlig – schreiben Sie es zuerst als Wurzel auf und geben Sie dann einen Schätzwert mit einer Stelle nach dem Komma an.

$$c = \sqrt{10^2 - 5^2} = \sqrt{100 - 25} = \sqrt{75} \approx 8.7\,\mathrm{cm}$$



Aufgabe 5.22

Einem Rechteck mit den gegebenen Seitenlängen wird ein Parallelogramm mit vier gleich langen Seiten einbeschrieben (ein Rhombus), wie in der Abbildung unten (nicht massstabsgetreu!) gezeigt. Berechnen Sie den Umfang des Rhombus.

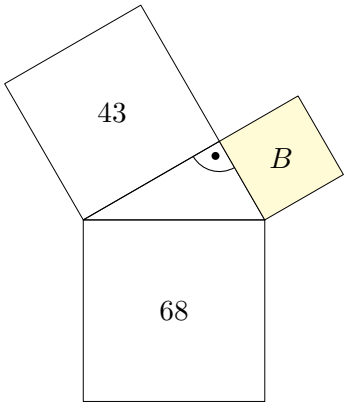


$$x = \sqrt{12^2 + 9^2} = \sqrt{144 + 81} = \sqrt{225} = 15$$

Der Umfang beträgt $4x$, also 60.

Aufgabe 5.23

In der Abbildung unten sind die Flächeninhalte der Quadrate in cm^2 angegeben. Geben Sie Flächeninhalt und Seitenlänge des Quadrats B an.



$b^2 = c^2 - a^2 = 68 - 43 = 25$

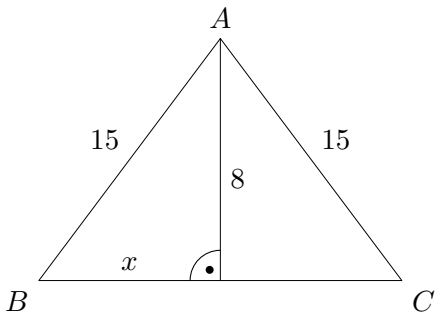
Die Fläche von B beträgt $25\,\mathrm{cm}^2$, die Seitenlänge $5\,\mathrm{cm}$.

Aufgabe 5.24

Gegeben ist ein gleichschenkliges Dreieck mit den Seitenlängen $|AB| = |AC| = 15$ und der Höhe $h_{\overline{BC}} = 8$ auf der Seite $\overline{BC}$. Fertigen Sie eine passende Skizze an und geben Sie die exakte Länge der Basis $\overline{BC}$ an.

$x = \sqrt{15^2 - 8^2} = \sqrt{225 - 64} = \sqrt{161}$

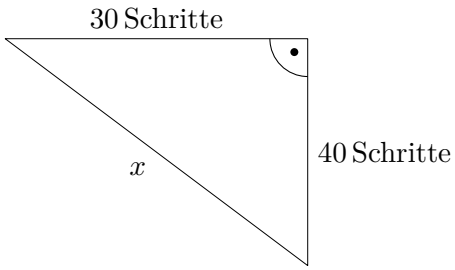
Die Seite $\overline{BC}$ ist $2 \cdot \sqrt{161}$ lang.



Aufgabe 5.25

Auf Schatzsuche macht Jack 30 Schritte nach Osten und anschliessend 40 Schritte nach Süden und findet dort das Versteck. Wie viele Schritte (gleicher Länge) hätte er auf dem direkten Weg benötigt?

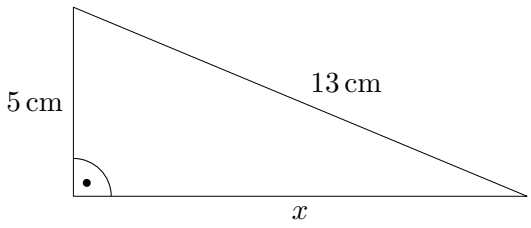
$$x = \sqrt{30^2 + 40^2} = \sqrt{900 + 1600} = \sqrt{2500} = 50\,\text{Schritte}$$



Aufgabe 5.26

Die längste Seite in einem rechtwinkligen Dreieck hat die Länge 13 cm. Die eine der beiden kürzeren Seiten ist 5 cm lang. Wie lang ist die andere Seite?

$$x = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} = 12\,\text{cm}$$

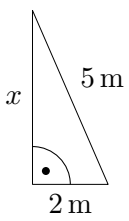


Aufgabe 5.27

Eine Leiter ist 5 m lang. Bis in welche Höhe reicht sie, wenn sie aus 2 m Entfernung an eine senkrechte Wand gelehnt wird?

Das Ergebnis ist nicht ganzzahlig – schreiben Sie es zuerst exakt als Wurzel auf und geben Sie dann einen auf Dezimeter gerundeten Schätzwert an.

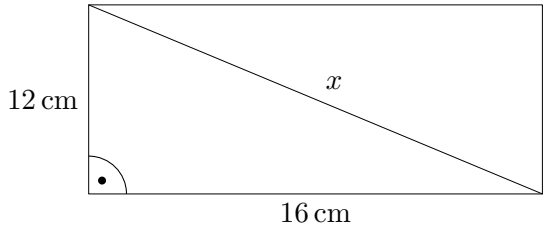
$$x = \sqrt{5^2 - 2^2} = \sqrt{25 - 4} = \sqrt{21} \approx 46\,\text{dm}$$



Aufgabe 5.28

Ein Rechteck hat die Länge 16 cm und die Breite 12 cm. Berechnen Sie die Diagonale des Rechtecks.

$$x = \sqrt{12^2 + 16^2} = \sqrt{144 + 256} = \sqrt{400} = 20\,\text{cm}$$

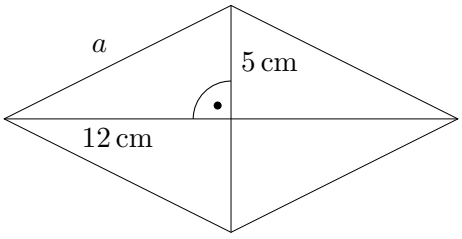


Aufgabe 5.29

Ein Rhombus (ein Viereck mit vier gleich langen Seiten), der nicht ein Quadrat ist, hat die Seitenlänge a cm. Die kürzere Diagonale ist 10 cm lang, die längere Diagonale ist 24 cm lang. Wie gross ist der Umfang des Rhombus?

$$a = \sqrt{12^2 + 5^2} = \sqrt{144 + 25} = \sqrt{169} = 13$$

Der Umfang beträgt 52 cm.

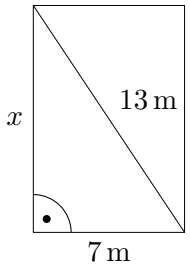


Aufgabe 5.30

Ein Rechteck hat die Breite 7 m und die Diagonale 13 m. Wie lang ist die Länge des Rechtecks exakt? Finden Sie heraus, zwischen welchen beiden natürlichen Zahlen dieser exakte Wert liegt und schätzen Sie ihn auf 0.1 m genau (ohne Begründung).

$$x = \sqrt{13^2 - 7^2} = \sqrt{169 - 49} = \sqrt{120}\,\text{m}$$

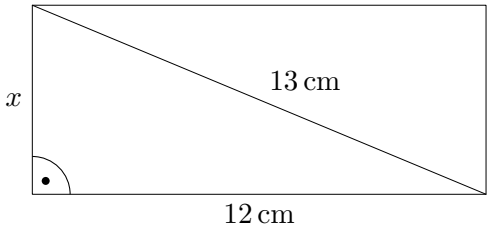
Wegen $10^2 = 100 < 120 < 121 = 11^2$ liegt die Zahl zwischen 10 und 11 also etwa 10.8 oder 10.9.



Aufgabe 5.31

Ein Rechteck hat die Länge 12 cm und die Diagonale 13 cm. Berechnen Sie die Breite des Rechtecks.

$$x = \sqrt{13^2 - 12^2} = \sqrt{169 - 144} = \sqrt{25} = 5\,\text{cm}$$

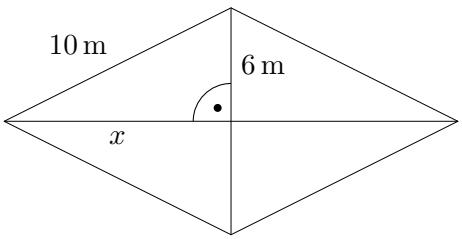


Aufgabe 5.32

Ein Rhombus (ein Viereck mit vier gleich langen Seiten), der nicht ein Quadrat ist, hat die Seitenlänge $10\,\text{m}$. Die kürzere Diagonale ist $12\,\text{m}$ lang. Wie lang ist die längere Diagonale?

$$x = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{100 - 36} = \sqrt{64} = 8$$

Die längere Diagonale ist $16\,\text{m}$ lang.

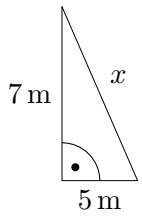


Aufgabe 5.33

Eine senkrechte Fahnenstange ist 7 m hoch. Sie wirft einen 5 m langen Schatten auf den waagrechten Boden. Berechnen Sie die Distanz von der Spitze der Fahnenstange zu ihrem Schattenpunkt, geben Sie sie als exakten Wurzelwert an (also zum Beispiel $\sqrt{42}$ m). Finden Sie heraus, zwischen welchen beiden natürlichen Zahlen dieser exakte Wert liegt und schätzen Sie ihn auf 0.1 m genau (ohne Begründung).

$$x = \sqrt{7^2 + 5^2} = \sqrt{49 + 25} = \sqrt{74}\,\text{m}$$

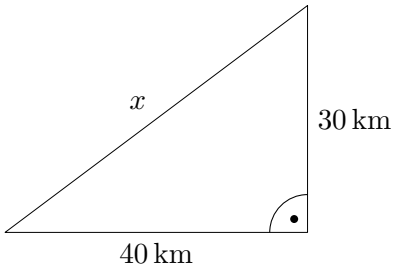
Wegen $8^2 = 64 < 74 < 81 = 9^2$ liegt die Zahl zwischen 8 und 9 also etwa 8.5 oder 8.6.



Aufgabe 5.34

Lausanne ist etwa 30 km südlich und 40 km westlich von Fribourg entfernt. Wie viele km beträgt die direkte Luftliniendistanz von Fribourg nach Lausanne?

$$x = \sqrt{40^2 + 30^2} = \sqrt{1600 + 900} = \sqrt{2500} = 50\,\text{km}$$



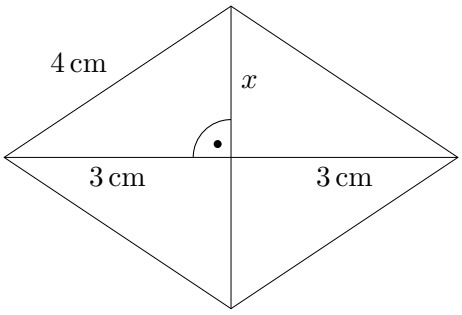
Aufgabe 5.35

Ein Rhombus mit Seitenlänge 4 cm hat eine Diagonale der Länge 6 cm. Bestimmen Sie die exakte Länge der anderen Diagonale. Fertigen Sie zur Beantwortung der Aufgabe ebenfalls eine passende Skizze an.

Hinweise: Ein Rhombus ist ein Parallelogramm mit vier gleich langen Seiten. In einem Rhombus stehen die beiden Diagonalen senkrecht zueinander.

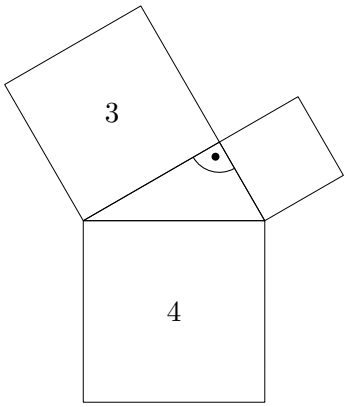
$$x = \sqrt{4^2 - 3^2} = \sqrt{16 - 16} = \sqrt{7}\ \text{cm}$$

Die andere Diagonale ist $2 \cdot \sqrt{7}\ \text{m}$ lang.



Aufgabe 5.36

In der Abbildung unten sind die Flächeninhalte der Quadrate angegeben. Geben Sie den Flächeninhalt des Dreiecks an.

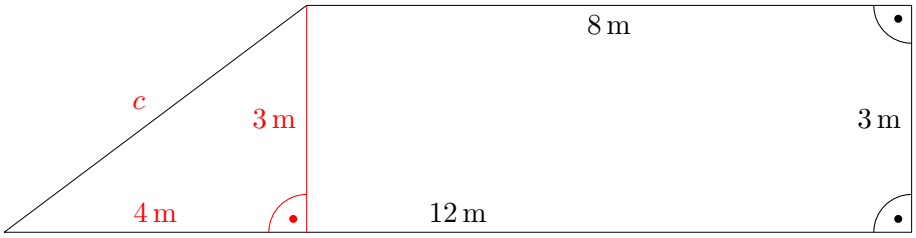


Das kleine Quadrat hat den Flächeninhalt $4 - 3 = 1$. Die beiden Katheten haben somit die Längen $\sqrt{3}$ und 1. Der Flächeninhalt des Dreiecks beträgt also

$$\frac{\sqrt{3} \cdot 1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Aufgabe 5.37

Das trapezförmige Gebiet unten soll eingezäunt werden. Wie viele Meter Zaun sind dazu notwendig?



Die Länge der Hypothenuse ist:

$$c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$$

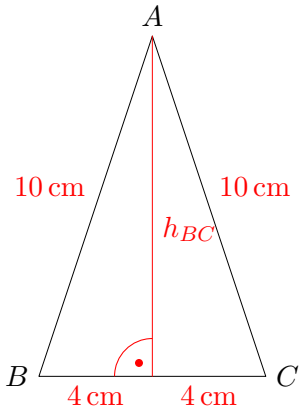
Nun kann der gesamte Umfang des Trapezes berechnet werden:

$$U = 5\,\mathrm{m} + 8\,\mathrm{m} + 3\,\mathrm{m} + 12\,\mathrm{m} = 28\,\mathrm{m}$$

Es sind $28\,\mathrm{m}$ Zaun notwendig.

Aufgabe 5.38

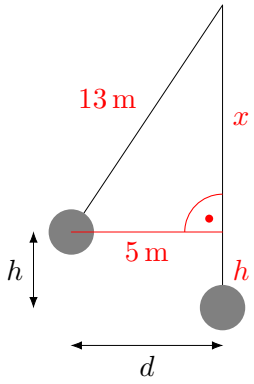
Berechnen Sie die exakte Höhe h_{BC} auf die Seite BC eines gleichschenkligen Dreiecks mit Basislänge $|BC| = 8$ und Umfang $U = 28$.



$$h_{BC} = \sqrt{10^2 - 4^2} = \sqrt{100 - 16} = \sqrt{84}$$

Aufgabe 5.39

Ein Pendel mit Fadenlänge $l = 13\,\mathrm{m}$ wird horizontal um $d = 5\,\mathrm{m}$ ausgelenkt. Um welchen Höhenunterschied h wird es dabei angehoben?



Das rechtwinklige Dreieck ist rot eingezeichnet. Die Länge x kann mit dem Satz von Pythagoras berechnet werden:

$$x = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} = 12$$

Die Höhe h ist die Differenz zwischen der Pendellänge und x, also

$$h = 13\,\mathrm{m} - x = 13\,\mathrm{m} - 12\,\mathrm{m} = 1\,\mathrm{m}$$

Aufgabe 5.40

Ein rechteckiges Blumenbeet ist $3\,\mathrm{m}$ lang und $2\,\mathrm{m}$ breit. Geben Sie die Länge der Diagonalen als exakte Zahl an.

$$d = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}\ \mathrm{m}$$

Aufgabe 5.41

Ein rechteckiges Feld hat die Diagonale $20\,\mathrm{m}$ und die Länge $16\,\mathrm{m}$. Was ist seine Breite?

$$l = \sqrt{20^2 - 16^2} = \sqrt{144} = 12\,\mathrm{m}$$

Aufgabe 5.42

Ein gleichschenkliges Dreieck hat die Längen $a = 17\,\text{cm}$, $b = 17\,\text{cm}$, $c = 16\,\text{cm}$. Berechne die Distanz von der Ecke C zur Mitte der Seite c.

$$h_c = \sqrt{17^2 - 8^2} = \sqrt{289 - 64} = \sqrt{225} = 15\,\text{cm}$$

Aufgabe 5.43

Die Diagonale eines Rechtecks misst $13\,\text{cm}$, seine kürzere Seite ist $5\,\text{cm}$ lang. Wie gross ist der Umfang des Rechtecks?

Längere Seite: $\sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} = 12$

Umfang: $2 \cdot (5 + 12) = 2 \cdot 17 = 34\,\text{cm}$

Aufgabe 5.44

Ein gleichseitiges Dreieck hat eine Seitenlänge von $8\,\text{cm}$. Berechnen Sie seine Höhe. Geben Sie die Höhe zunächst genau als Wurzel an. Geben Sie anschliessend ohne Begründung eine Schätzung der Höhe auf eine Dezimalstelle genau an.

$$\sqrt{8^2 - 4^2} = \sqrt{64 - 16} = \sqrt{48}$$

$\sqrt{49} = 7$, also ist die Schätzung 6.9.

Aufgabe 5.45

Berechnen Sie die Distanz zwischen den Punkten $A(1|2)$ und $B(3|4)$.

Die Distanz zwischen den Punkten beträgt

$$\sqrt{(3-1)^2 + (4-2)^2} = \sqrt{4+4} = 2\sqrt{2}$$

Anmerkung: Die Distanz zwischen zwei Punkten kann immer als Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks angesehen werden, wobei die eine Kathete die Differenz der x-Koordinaten darstellt und die zweite Kathete die Differenz der y-Koordinaten.

Aufgabe 5.46

Berechnen Sie die Distanz zwischen den Punkten $A(5|1)$ und $B(2|9)$.

Die Distanz zwischen den Punkten beträgt

$$\sqrt{(2-5)^2+(9-1)^2} = \sqrt{9+64} = \sqrt{73}$$

Anmerkung: Die Distanz zwischen zwei Punkten kann immer als Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks angesehen werden, wobei die eine Kathete die Differenz der x-Koordinaten darstellt und die zweite Kathete die Differenz der y-Koordinaten.

Aufgabe 5.47

Berechnen Sie die Distanz zwischen den Punkten $A(-2|-3)$ und $B(-1|9)$.

Die Distanz zwischen den Punkten beträgt

$$\sqrt{((-1)-(-2))^2+(9-(-3))^2} = \sqrt{1+144} = \sqrt{145}$$

Anmerkung: Die Distanz zwischen zwei Punkten kann immer als Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks angesehen werden, wobei die eine Kathete die Differenz der x-Koordinaten darstellt und die zweite Kathete die Differenz der y-Koordinaten.

Aufgabe 5.48

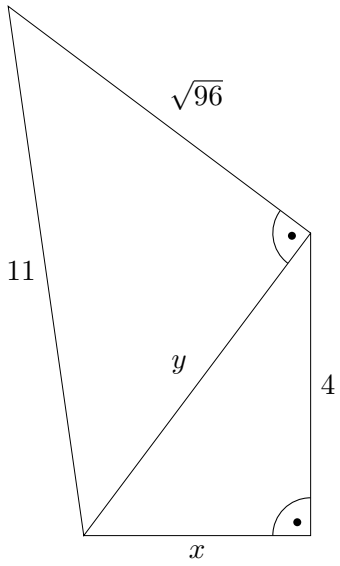
Wie muss die ganzzahlige x-Koordinate des Punktes B gewählt werden, damit die Distanz zwischen den Punkten $A(3|-1)$ und $B(x|4)$ 13 Einheiten beträgt?

Weil die Distanz zwischen zwei Punkten immer als Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks angesehen werden kann (wobei die eine Kathete die Differenz der x-Koordinaten darstellt und die zweite Kathete die Differenz der y-Koordinaten), gilt nach Pythagoras:

$$\begin{aligned}
(3-x)^2+((-1)-4)^2 &= 13^2 \\
(3-x)^2+25 &= 169 \\
(3-x)^2 &= 144 \\
(3-x)^2 &= 12^2 \\
3-x &= 12 \\
x &= -9
\end{aligned}$$

Aufgabe 5.49

Berechnen Sie die Länge der mit x markierten Seite der folgenden Figur (nicht masstabsgetreu):



$$y = \sqrt{11^2 - \sqrt{96}^2} = \sqrt{121 - 96} = \sqrt{25} = 5$$
$$x = \sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{25 - 16} = \sqrt{9} = 3$$

Aufgabe 5.50

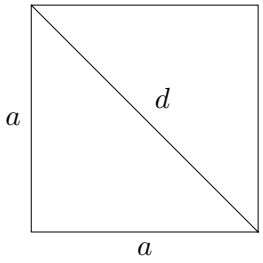
Martina lässt ihren Drachen steigen, bis dieser genau über den Sonnenblumen ihrer Mutter schwebt. Martina weiss, dass sie genau $7\,\mathrm{m}$ von den Sonnenblumen entfernt ist und dass die Schnur ihres Drachens $10\,\mathrm{m}$ lang ist. Wie hoch über dem Boden fliegt ihr Drachen? Geben Sie das Ergebnis als exakte Zahl an.

$$h = \sqrt{10^2 - 7^2} = \sqrt{100 - 49} = \sqrt{51}\ \mathrm{m}$$

Aufgabe 5.51

Ein Quadrat hat eine Diagonale der Länge $d = \sqrt{72}\ \mathrm{cm}$. Wie lange sind die Seiten des Quadrats?

$$d^2 = a^2 + a^2$$
$$72 = 2a^2$$
$$36 = a^2$$
$$6 = a$$



Aufgabe 5.52

Ein Tunnel soll gerade durch einen Berg gebohrt werden. Der Eingang des Tunnels ist etwa $50\,\mathrm{km}$ nördlich und $120\,\mathrm{km}$ östlich des Ausgangs. Wie lange wird dieser Tunnel werden?

$$l = \sqrt{50^2 + 120^2} = \sqrt{2500 + 14400} = \sqrt{16900} = 130\,\mathrm{km}$$

Aufgabe 5.53

Eine rechteckige Rasenfläche sei $60\,\mathrm{m}$ breit und $80\,\mathrm{m}$ lang, ein Kiesweg führt darum herum. Xeno und Alex stehen an einer Ecke und möchten zur diagonal gegenüberliegenden Ecke gelangen. Xeno wählt den Kiesweg, Alex hingegen geht auf direktem Weg über den Rasen. Wie viel länger ist Xenos Weg?

Xeno: $x = 60 + 80 = 140$ m
Alex: $a = \sqrt{60^2 + 80^2} = \sqrt{3600 + 6400} = \sqrt{10000} = 100$ m
Also ist Xenos Weg um $40\,\mathrm{m}$ länger.

Aufgabe 5.54

In einem rechtwinkligen Dreieck sei die Hypotenuse $10\,\mathrm{cm}$ und eine Kathete $6\,\mathrm{cm}$ lang. Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks.

Bezeichne $a = 6$, $c = 10$

Zweite Kathete: $b = \sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{100 - 36} = \sqrt{64} = \sqrt{8^2} = 8$

Flächeninhalt: $\frac{a \cdot b}{2} = \frac{6 \cdot 8}{2} = 24$

Der Flächeninhalt beträgt $24\,\mathrm{cm}^2$.

Aufgabe 5.55

Berechnen Sie die Diagonale eines Rechtecks mit Flächeninhalt $A = 60\,\mathrm{cm}^2$ und Breite $a = 12cm$.

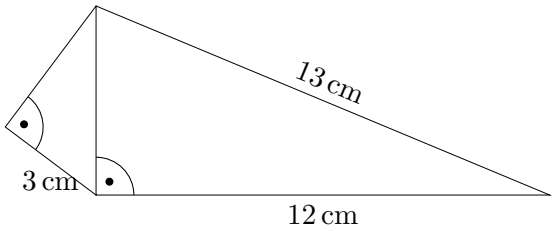
Länge $b = \frac{A}{a} = 5$.

Diagonale $c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{5^2 + 12^2} = \sqrt{169} = 13$.

Die Diagonale beträgt also $13\,\mathrm{cm}$.

Aufgabe 5.56

Bestimmen Sie den Flächeninhalt der gezeichneten Figur.



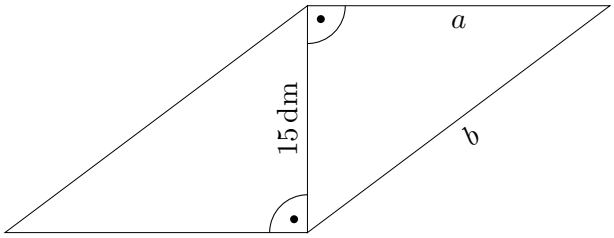
Grosses Dreieck: $\sqrt{13^2 - 12^2} = \sqrt{5^2} = 5$. Die fehlende Kathete ist also $5\,\mathrm{cm}$ lang. $12 \cdot 5 : 2 = 30$. Der Flächeninhalt beträgt also $30\,\mathrm{cm}^2$.

Kleines Dreieck: $\sqrt{5^2 - 3^2} = 4$. Die fehlende Kathtete ist also $4\,\mathrm{cm}$ lang. $3 \cdot 4 : 2 = 6$. Der Flächeninhalt beträgt also $6\,\mathrm{cm}^2$.

Die Gesamtfläche beträgt demnach $A = A_1 + A_2 = 36\,\mathrm{cm}$.

Aufgabe 5.57

Der Flächeninhalt A des Parallelogramms beträgt $300\,\mathrm{dm}^2$.
Berechnen Sie die fehlende Seite b.



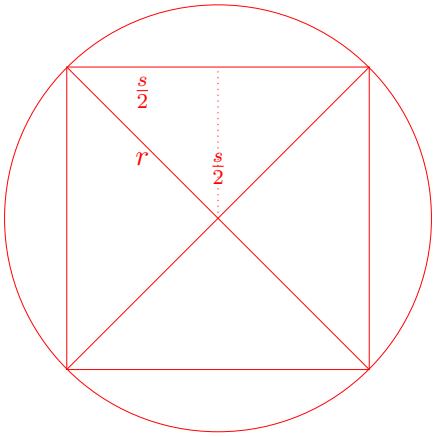
Waagrechte Seite $a = \frac{A}{15\,\mathrm{dm}} = 20\,\mathrm{dm}$.

Nach Pythagoras ist dann $b = \sqrt{h^2 + a^2} = \sqrt{15^2 + 20^2} = 25\,\mathrm{dm}$

Aufgabe 5.58

Die Ecken eines Quadrats liegen auf einer Kreislinie mit Radius $r = 4 \cdot \sqrt{2}$.

Bestimmen Sie die Seitenlänge des Quadrats.

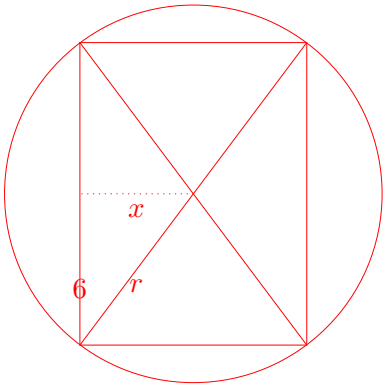


$2\left(\frac{s}{2}\right)^2 = 2\frac{s^2}{4} = r^2 = 32$, also $s^2 = 64$, somit $s = 8$.
Alternativ: $x = \frac{s}{2}$. Dann $2x^2 = r^2 = 32$. Also $x^2 = 16$ und somit $x = 4$. Daraus folgt $s = 2x = 8$.
Alternativ: $r = \sqrt{2} \cdot \frac{s}{2}$ und somit $s = r \cdot \sqrt{2} = 4 \cdot 2 = 8$.

Aufgabe 5.59

Die Ecken eines Rechtecks liegen auf einer Kreislinie mit Radius $r = 10\,\mathrm{cm}$.

Bestimmen Sie die Breite des Rechtecks, wenn es $12\,\mathrm{cm}$ hoch ist.



Halbe Breite x: $6^2 + x^2 = r^2 = 100$, also $x = \sqrt{100 - 36} = \sqrt{64} = 8$.
Die gesamte Breite beträgt also $16\,\mathrm{cm}$.

Aufgabe 5.60

Ein Tipi mit Stangen von $3\,\mathrm{m}$ Länge wird so aufgestellt, dass die Stangen unten auf einer Kreislinie mit Radius $1.2\,\mathrm{m}$ liegen. Wie hoch ist die Tipispitze (dass die Stangen oben hinausragen, darf vernachlässigt werden)?

Geben Sie die exakte Lösung (also etwas in der Form $\sqrt{5.48}$ cm) an. Zwischen welchen beiden aufeinanderfolgenden ganzen Zahlen liegt dieses Resultat?

Die Höhe ist dann $h = \sqrt{3^2 - 1.2^2} = \sqrt{9 - 1.44} = \sqrt{7.56}$ m.

$2^2 = 4 < 7.56 < 9 = 3^2$. Das Resultat liegt also zwischen $2\,\mathrm{m}$ und $3\,\mathrm{m}$.