Musterprobe Folgen und Reihen

Zeit: 40 Minuten, Hilfsmittel: Taschenrechner und Fundamentum

Aufgabe	1	2	3	4	Total	Note
max. Punkte	9	8	8	10	35	
Punkte						

Folgende Grenzwerte gelten als bekannt (c ist eine konstante Zahl, q ist eine konstante Zahl, deren Betrag kleiner als Eins ist):

$$\lim_{n\to\infty} c = c \qquad \lim_{n\to\infty} \left(\frac{1}{n^c}\right) = 0 \qquad \lim_{n\to\infty} \left(\frac{1}{q^n}\right) = 0$$

1. Folge. **(9 P)**

Gegeben ist diese rekursive Darstellung einer Folge: $a_1 = 100 \qquad a_{n+1} = \frac{a_n}{5}$

(a) Bestimmen Sie die ersten sechs Glieder der Folge. (3P)

(b) Um was für eine Art von Folge handelt es sich? (1P)

◯ arithmetisch ◯ algebraisch ◯ geometrisch ◯ quadratisch

(c) Geben Sie die explizite Darstellung der Folge an. (3P)

(d) Geben Sie a_{20} in wissenschaftlicher Schreibweise an. (2P)

2. Grenzwerte. **(8 P)**

Gegeben ist die explizite Darstellung einer Folge:

$$a_n = \frac{1 - n^2}{2n^2 + n}$$

(a) Bestimmen Sie den Grenzwert der Folge (a_n), indem Sie mit Hilfe der Grenzwertsätze umformen und auf bekannte Grenzwerte zurückführen. (6P)

(b) Beschreiben Sie, wie sofort erkannt werden kann, ob die Folge konvergiert oder nicht. (2P)

3. Summenzeichen. **(8 P)**

(a) Berechnen Sie folgende Summe schrittweise: $2 \cdot \sum_{k=1}^{5}(2k-1)$ (3P)

(b) Schreiben Sie die folgende Summe mit einem Summenzeichen: $17 + 15 + 13 + 11 + 9 + 7 + 5 + 3 + 1$ (3P)

(c) Beschreiben Sie die Bedeutung dieser Formel in einem einzelnen deutschen Satz: (2P)

$$s = \sum_{k=0}^{20}$$

4. Ferienwohnung. **(10 P)**

Eine Ferienwohnung kostet in der ersten Wochen 1200 Franken. Jede weitere Woche in der Wohnung kostet 10 % weniger als die vorangehende Woche.

Die Kosten a_k in der k-ten Woche bilden eine Folge.

(a) Um was für eine Folge handelt es sich? (1P)

(b) Geben Sie eine rekursive Formel für die Folge an. (2P)

(c) Geben Sie eine explizite Formel für die Folge an. (2P)

(d) Wieviel kostet die letzte Woche, wenn die Wohnung für sieben Wochen gemietet wird. (1P)

(e) Wieviel kostet es insgesamt, die Wohnung neun Wochen lang zu mieten? (2P)

(f) Wieviel kostet es theoretisch, die Wohnung dauerhaft, also «auf ewig», zu mieten? (2P)