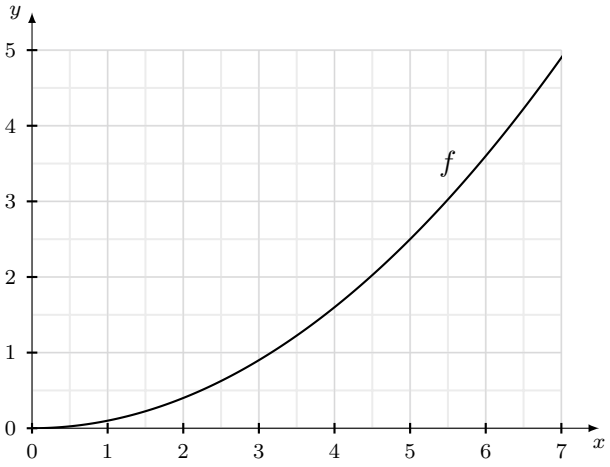
Ableitung

1. **Differenzenquotienten.** Gegeben ist die Funktion $f(x) = \frac{1}{10}x^2$. Berechne die folgenden mittleren Steigungen und trage die entsprechenden Geraden im Diagramm ein.

   (a) $\dfrac{f(2+4)-f(2)}{4}$ (b) $\dfrac{f(2+2)-f(2)}{2}$ (c) $\dfrac{f(2+1)-f(2)}{1}$



2. **Differenzenquotienten.** Gegeben ist die Funktion $f(x) = x^2$. Berechne die folgenden Differenzenquotienten:

   (a) $\dfrac{f(4+\Delta x)-f(4)}{\Delta x}$ (b) $\dfrac{f(a+1)-f(a)}{1}$ (c) $\dfrac{f(a+\Delta x)-f(a)}{\Delta x}$

3. **Differenzialquotienten.** Bestimme die Steigung der Funktion f an der Stelle a mit Hilfe des Differenzialquotienten.

   (a) $f(x) = 7x - 4 \qquad a = 5$

   (b) $f(x) = x^2 + 1 \qquad a = -1$

   (c) $f(x) = c \qquad a = 0$

   (d) $f(x) = mx + q \qquad a = 3$

4. **Ableitungsfunktion.** Bestimme die Ableitungsfunktion der gegebenen Funktion f mit Hilfe des Differenzialquotienten.

   (a) $f(x) = x$

   (b) $f(x) = x^2$

   (c) $f(x) = x^3$

   (d) $f(x) = 3x^2 + 4$

   (e) $f(x) = \frac{1}{2}x^2$

   (f) $f(x) = \sqrt{x}$

   (g) $f(x) = ax^2 + bx$

   (h) $f(x) = \dfrac{c}{x}$

5. Ableitung. Ermittle die Ableitungen der folgenden Funktionen:

(a) $f(x) = 3x + 4$

(b) $f(x) = 12 - 2x$

(c) $f(x) = x^4$

(d) $f(x) = x^{10}$

(e) $f(x) = 3x^5$

(f) $f(x) = 5x^{12}$

(g) $f(x) = 0.5x^4$

(h) $f(x) = \frac{1}{9}x^6$

(i) $f(x) = x^2 - 3x + 2$

(j) $f(x) = -4x^2 + 5x - 1$

(k) $f(x) = 3x^3 + 4x^2 - 5x$

(l) $f(x) = x^4 - 6x^3 + 5x^2 + 3$

(m) $f(x) = 2x^3 - 12x^2 + 7x - 8$

(n) $f(x) = \frac{1}{2}x^4 + 4x^3 - 5x^2$

(o) $f(x) = \frac{1}{6}x^3 - \frac{3}{4}x^2 + \frac{5}{2}x - \frac{1}{3}$

(p) $f(x) = \frac{1}{5}x^{10} + \frac{2}{9}x^6 - \frac{5}{2}x^2$

6. Tangente. Gib die Funktionsgleichung der Tangente t an den Graphen der Funktion f im Punkt P mit der x-Koordinate x_0 an.

(a) $f(x) = 3x^2 \qquad x_0 = 1$

(b) $f(x) = -x^3 \qquad x_0 = 2$

(c) $f(x) = 4x - x^2 \qquad x_0 = 3$

(d) $f(x) = x^3 - 9x \qquad x_0 = -2$

(e) $f(x) = 7x^3 + 9x^2 - 8 \qquad x_0 = -1$

(f) $f(x) = \frac{1}{9}x^4 \qquad x_0 = 3$

(g) $f(x) = x^3 - 4x^2 + 4x - 1 \qquad x_0 = 2$

(h) $f(x) = 2x^5 - 5x^4 + 3x^2 \qquad x_0 = 1$