Musterprobe Differenzialrechnung

Zeit: 80 Minuten, Hilfsmittel: Taschenrechner und Fundamentum,
mindestens vier signifikante Stellen angeben

Aufgabe	1	2	3	4	5	Total	Note
max. Punkte	6	6	6	7	8	33	
Punkte							

1. Ableitung von Polynomen. **(6P)**

Bestimme die erste Ableitung der folgenden Funktionen.

(a) $f(x) = 4x^3 - 3x^2 + 7x - 5$ (2P)

(b) $g(x) = 5x^4 - 2x^3 + 8x^2 - 4x + 1$ (2P)

(c) $h(x) = 2x^5 - 6x^3 + 3x^2 - x$ (2P)

2. Differenzialquotient. **(6P)**

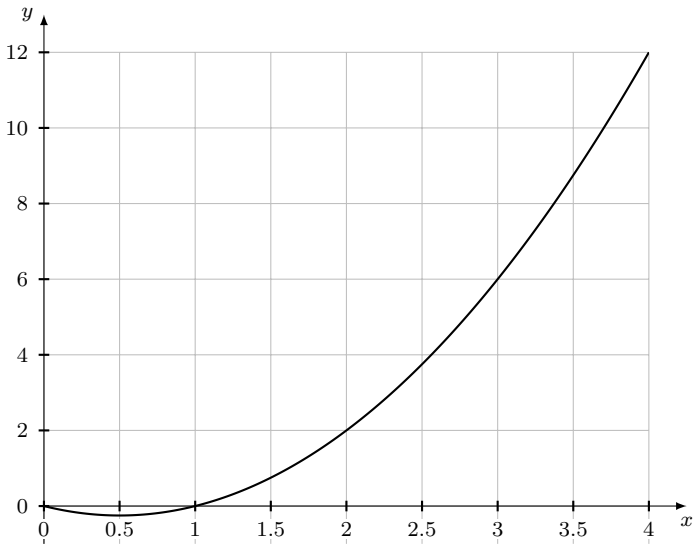
In dieser Aufgabe wird mit der folgenden Funktion gearbeitet:

$$f(x) = x^2 - x$$

(a) Bestimme mit Hilfe der **Differenzenquotienten** die mittlere Steigung des Funktionsgraphen auf dem Intervall $[2, 4]$. (1P)

(b) Bestimme mit Hilfe des **Differenzialquotienten** die lokale Steigung des Funktionsgraphen an der Stelle $x = 2$. (2P)

(c) Zeichne die in Teilaufgaben (a) und (b) bestimmten Steigungen in die grafische Darstellung ein. (1P)



(d) Erkläre (in vollständigen Sätzen) anhand der grafischen Darstellung die geometrische Bedeutung der mittleren und lokalen Steigung. (2P)

3. Auto. **(6P)**

Der Weg eines Autos beim Anfahren ist durch die folgende Funktion gegeben:

$$s(t) = 1.5t^2$$

Dabei ist $s(t)$ der zurückgelegte Weg in Meter nach t Sekunden.

(a) Ermittle die Beschleunigung des Autos. (2P)

(b) Berechne, wie lange das Auto braucht, um 60 m weit zu fahren. (2P)

(c) Welche Geschwindigkeit hat das Auto zum Zeitpunkt, wo es 60 m zurückgelegt hat? (2P)

4. Streichholzschachtel. Eine Streichholzschachtel soll so gebaut werden, dass die Länge drei Mal so gross ist wie die Breite. Wie muss die Höhe gewählt werden, damit bei einer konstanten Oberfläche von 288 cm^2 das Volumen maximal ist? (7P)

5. Kurvendiskussion. **(8P)**

Führe eine Kurvendiskussion der folgenden Funktion durch:

$$f(x) = \left(x^2 + 1\right)(x - 2) = x^3 - 2x^2 + x - 2$$

(a) Gib alle Nullpunkte der Funktion an. (2P)

(b) Gib alle Hoch- und Tiefpunkte der Funktion an. (2P)

(c) Gib alle Wendepunkte der Funktion an. (1P)

(d) Zeichne diese Punkte in das Koordinatensystem ein. (1P)

(e) Zeichne den Funktionsgraphen in das Koordinatensystem ein. (2P)

