Skalarprodukt und Winkel

1. **Senkrecht.** Welche Zahl muss für w eingesetzt werden, damit $\vec{a}$ und $\vec{b}$ senkrecht aufeinander stehen?

   (a) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ -7 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\vec{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ w \end{pmatrix}$

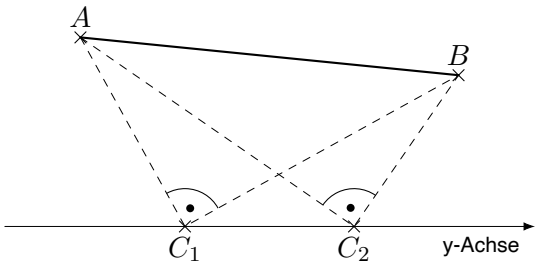
   (b) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ -7 \end{pmatrix}$ $\vec{b} = \begin{pmatrix} -3 \\ -5 \\ w \end{pmatrix}$

   (c) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ w \\ 4 \end{pmatrix}$ $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 7 \end{pmatrix}$

   (d) $\vec{a} = \begin{pmatrix} -2 \\ w \\ 2 \end{pmatrix}$ $\vec{b} = \begin{pmatrix} w \\ w \\ -4 \end{pmatrix}$

2. Rechtwinkliges Dreieck. Wie muss der Punkt C auf der y-Achse gewählt werden, damit Dreieck $\triangle ABC$ bei C einen rechten Winkel hat?

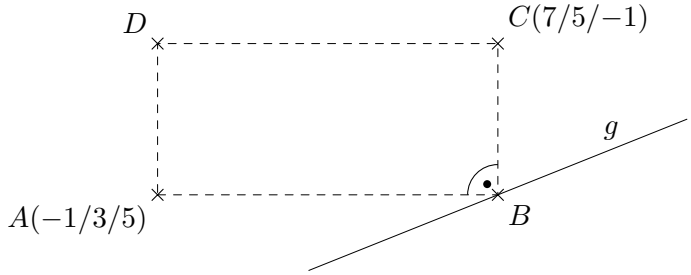
$A(4/2/8)$ $B(6/5/-3)$



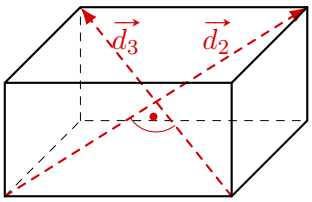
3. Rechteck. Die Punkte $A(-1/3/-5)$ und $C(7/5/-1)$ sind Ecken eines Rechtecks. Die Ecke B liegt auf der Geraden

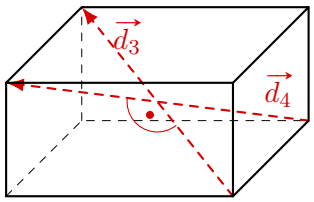
$$g: \quad \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Wie lauten die Koordinaten der Ecken B und D?



4. Quader. Ein Quader hat eine Grundfläche von 2×3. Wie muss die Höhe h gewählt werden, damit sich die Raumdiagonalen senkrecht schneiden?





5. Winkel. Wie gross ist der Winkel zwischen den Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$?

(a) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix}$ $\vec{b} = \begin{pmatrix} 6 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix}$

(b) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 12 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ $\vec{b} = \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ -8 \end{pmatrix}$

(c) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\vec{b} = \begin{pmatrix} 8 \\ 1 \\ 12 \end{pmatrix}$

(d) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix}$

(e) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 9 \end{pmatrix}$ $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 8 \\ -2 \end{pmatrix}$

(f) $\vec{a} = \begin{pmatrix} -5 \\ 3 \\ 9 \end{pmatrix}$ $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 8 \\ -1 \end{pmatrix}$

6. Winkel. Wie gross ist der Winkel zwischen den Vektoren $\overrightarrow{AB}$ und $\overrightarrow{CD}$?

(a) $A(5/7/3)$ $B(-3/3/4)$ $C(2/-3/6)$ $D(3/-1/4)$

(b) $A(0/3/6)$ $B(1/-4/5)$ $C(7/9/-7)$ $D(4/6/-4)$

(c) $A(4/-1/3)$ $B(6/-2/1)$ $C(6/1/-3)$ $D(13/-3/1)$

7. Winkel mit Koordinatenachsen. Welchen Winkel bildet der Vektor $\vec{a}$ mit den Koordinatenachsen?

(a) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 6 \\ -3 \\ -6 \end{pmatrix}$

(b) $\vec{a} = \begin{pmatrix} -3 \\ 12 \\ 4 \end{pmatrix}$

(c) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$

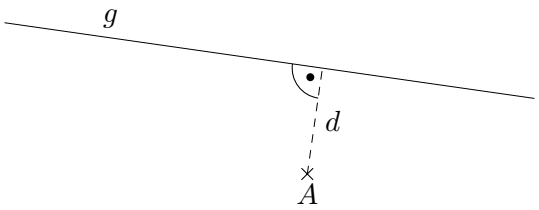
8. Dreieck. Wie lauten die Winkel des Dreiecks $\triangle ABC$?

(a) $A(-1/3/7)$ $B(-5/4/3)$ $C(6/-5/-4)$

(b) $A(2/1/-3)$ $B(-3/0/1)$ $C(7/-1/-1)$

9. Abstand. Wie gross ist der Abstand des Punktes $A(3/4/5)$ von der Geraden g?

$$g: \quad \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$$



10. Flugzeug. Ein Flugzeug fliegt auf geradem Weg und mit konstanter Geschwindigkeit von Punkt $A(2/1/4)$ zu Punkt $B(5/2/2)$ und benötigt dafür eine Minute. Dabei gibt die y-Koordinate die Höhe über dem Boden an. Die Koordinaten werden in km angegeben.

In welchem minimalen Abstand fliegt das Flugzeug an der Bergspitze mit den Koordinaten $S(10/3/3)$ vorbei?