Unbestimmtes Integral

1. Ermitteln das unbestimmte Integral der Funktionen f.

(a) $f(x) = 3x$

(b) $f(x) = 8x^3$

(c) $f(x) = \frac{1}{2}x^2$

(d) $f(x) = x^2 - 5x$

(e) $f(x) = 3x^2 + 4x + 1$

(f) $f(x) = 8x^3 - 9x^2 + 3x - 6$

(g) $f(x) = x^6 - 3x^5 + 7x^3$

(h) $f(x) = \frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{4}x$

(i) $f(x) = \frac{1}{10}x^4 - \frac{3}{8}x^2 + \frac{2}{7}$

(j) $f(x) = \frac{2}{5}x^3 + \frac{1}{4}x^2 - \frac{4}{3}x$

2. Ermitteln Sie die Funktionsgleichung der Stammfunktion F von f. Der Punkt P lieft auf dem Funktionsgraphen von F.

(a) $f(x) = 4x \qquad P(2/5)$

(b) $f(x) = 2x - 3 \qquad P(1/0)$

(c) $f(x) = -6x + 5 \qquad P(2/3)$

(d) $f(x) = 3x^2 - 4x \qquad P(0/-4)$

(e) $f(x) = 6x^2 - 5 \qquad P(-2/-5)$

(f) $f(x) = 2x^3 - 6x \qquad P(-2/1)$

3. $F(x)$ ist eine Stammfunktion der Polynomfunktion $f(x)$. Welche zwei der folgenden Funktionen sind ebenfalls Stammfunktionen von $f(x)$?

◯ $c \cdot F(x)$ ◯ $c + F(x)$ ◯ $F(x) - c$ ◯ $c - F(x)$ ◯ $\frac{F(x)}{c}$

4. $f(x)$ ist eine Polynomfunktion. Welche zwei der folgenden Aussagen stimmen?

◯ $f(x)$ hat genau eine Stammfunktion $F(x)$.

◯ $f(x)$ hat genau eine Ableitungsfunktion $f'(x)$.

◯ Ist $F(x)$ eine Stammfunktion von $f(x)$, so gilt $f'(x) = F(x)$.

◯ Ist $F(x)$ eine Stammfunktion von $f(x)$, so gilt $F''(x) = f'(x)$.

◯ Ist $F(x)$ eine Stammfunktion von $f(x)$, so gilt $f(0) = F(0)$.

5. $f(x)$ ist eine Polynomfunktion. Welche zwei der folgenden Aussagen sind korrekt?

◯ $F(x) = f(x) + c$ ist eine Stammfunktion von $f(x)$.

◯ $\int f(x)\,\mathrm{d}x = f'(x)$ ist eine Ableitungsfunktion von $f(x)$.

◯ $f'(5)$ ist die Steigung der Tangente an den Graphen von $f(x)$ an der Stelle 5.

◯ $f(x)$ hat unendlich viele Stammfunktionen.

◯ Wird die Stammfunktion einmal integriert, so erhält man die Funktion $f(x)$.

6. Eine Kugel wird aus grosser Höhe fallen gelassen. Die Erdbeschleunigung beträgt ca. 10 m/s^2, der Luftwiderstand wird vernachlässigt. Die Beschleunigungsfunktion lautet also $a(t) = 10$.

(a) Bestimmen Sie die Geschwindigkeitsfunktion als Stammfunktion von $a(t)$.

(b) Bestimmen Sie die Wegfunktion $s(t)$ als Stammfunktion von $v(t)$.

(c) Berechnen Sie, wie weit die Kugel in 4 Sekunden fällt.

7. Ein Auto fährt mit 36 km/h. Es beschleunigt 8 Sekunden lang mit 0.5 m/s^2.

(a) Geben Sie die Funktionsgleichungen der Geschwindigkeits- und Wegfunktion an.

(b) Berechnen Sie, welche Geschwindigkeit das Auto am Ende des Beschleunigungsvorgangs hat und welchen Weg es zurückgelegt hat.

8. Ein U-Bahnzug fährt mit 54 km/h. Er wird 3 Sekunden lang mit einer Bremsverzögerung von 2 m/s^2 abgebremst.

(a) Geben Sie die Funktionsgleichungen der Geschwindigkeits- und Wegfunktion an.

(b) Berechnen Sie, wie hoch die Geschwindigkeit des Zugs am Ende des Bremsvorgangs ist und welchen Weg er währenddessen zurücklegt.

9. Die Beschleunigung eines Läufers in den ersten Sekunden nach dem Start wird durch folgende Funktion beschrieben:

$$a(t) = 3 - 0.6t$$

(a) Geben Sie die Funktionsgleichungen der Geschwindigkeits- und Wegfunktion an.

(b) Berechne den Zeitpunkt, zu dem die Geschwindigkeit des Läufers maximal ist, und die dazugehörige Geschwindigkeit.

10. Berechnen Sie die folgenden unbestimmten Integrale.

(a) $\int 4x^6 \,\mathrm{d}x$

(b) $\int \left(x^2 + 2x - 7\right) \mathrm{d}x$

(c) $\int \left(8ax^4 + \frac{1}{7}x^3\right) \mathrm{d}x$