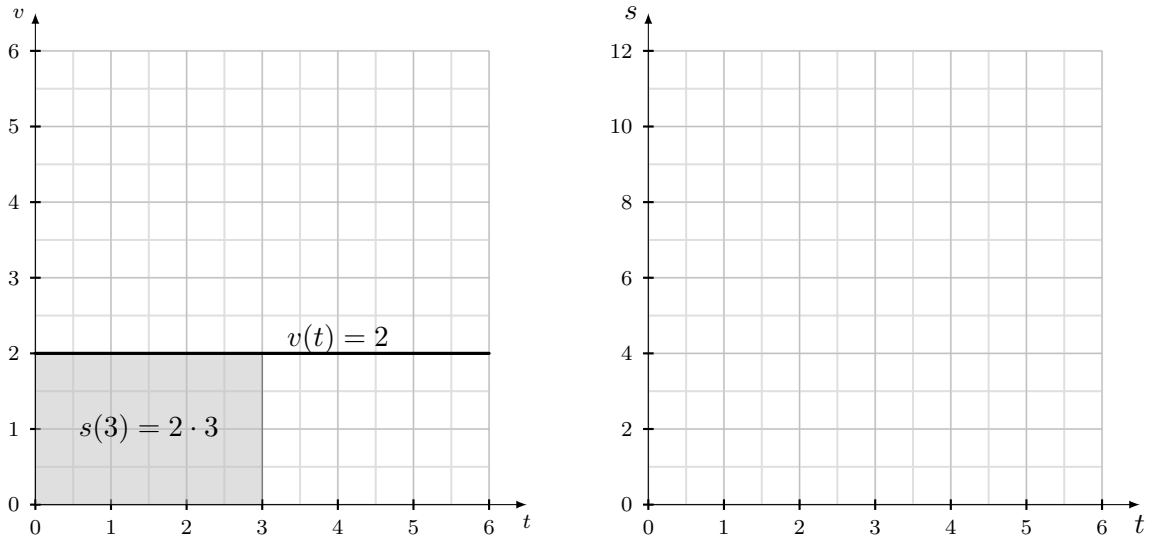
Bestimmtes Integral

1. Ein Fahrzeug fährt mit der konstanten Geschwindigkeit von 2 m/s.



Aus der Definition der Geschwindigkeit als Weg pro Zeit folgt, dass der zurückgelegte Weg gleich der Geschwindigkeit mal die Zeit ist:

$$v = \frac{s}{t} \quad \Longrightarrow \quad s = v \cdot t$$

Geometrisch bedeutet dies, dass der zurückgelegte Weg

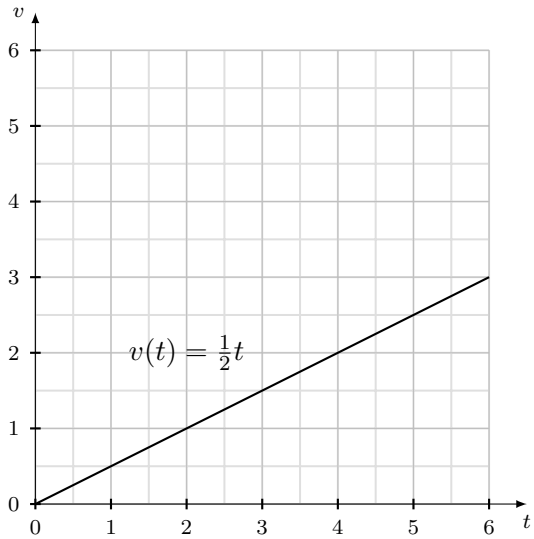
(a) Bestimmen Sie den Weg $s(t)$, den das Fahrzeug nach $1, 2, 3, 4, 5, 6$ Sekunden zurückgelegt hat, indem Sie die entsprechende Fläche berechnen.

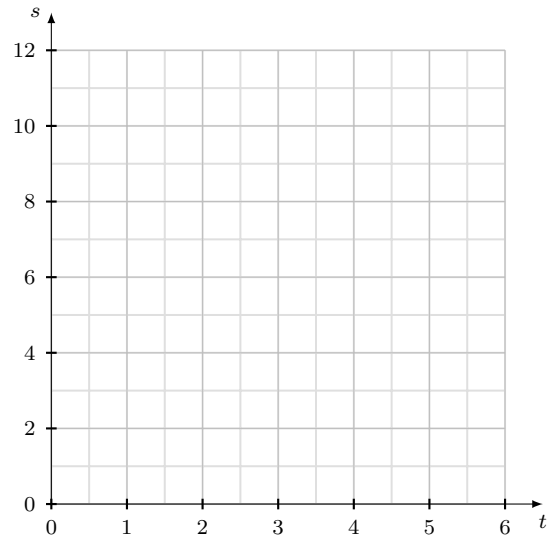
t	1	2	3	4	5	6
$s(t)$			6			

(b) Zeichnen Sie mit Hilfe der Tabelle den Graphen der Wegfunktion $s(t)$ in das rechte Koordinatensystem ein.

(c) Berechnen Sie die Wegfunktion als unbestimmtes Integral der Geschwindigkeitsfunktion $v(t)$.

2. Die Geschwindigkeit eines Fahrzeuges wird mit der Funktion $v(t) = \frac{1}{2}t$ modelliert.





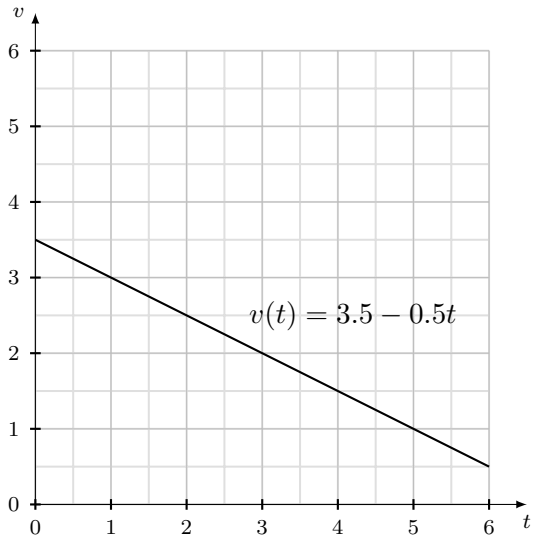
(a) Bestimmen Sie den Weg $s(t)$, den das Fahrzeug nach $1, 2, 3, 4, 5, 6$ Sekunden zurückgelegt hat, indem Sie die entsprechende Fläche berechnen.

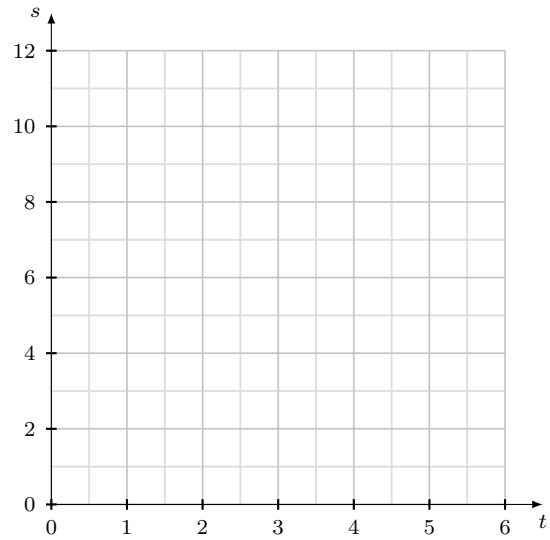
t	1	2	3	4	5	6
$s(t)$						

(b) Zeichnen Sie mit Hilfe der Tabelle den Graphen der Wegfunktion $s(t)$ in das rechte Koordinatensystem ein.

(c) Berechnen Sie die Wegfunktion als unbestimmtes Integral der Geschwindigkeitsfunktion $v(t)$.

3. Die Geschwindigkeit eines Fahrzeuges wird mit der Funktion $v(t) = 3.5 - 0.5t$ modelliert.





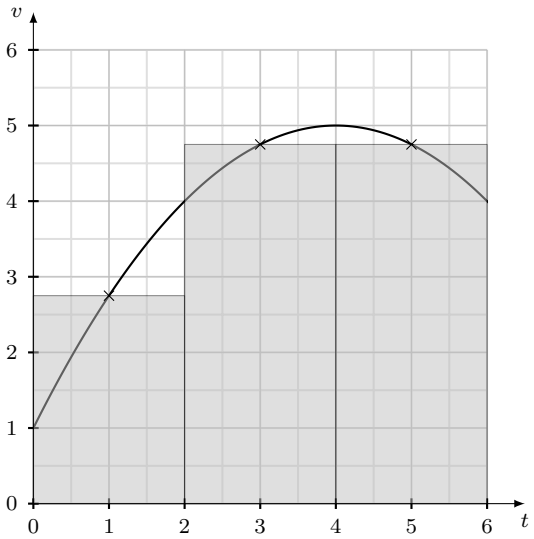
(a) Bestimmen Sie den Weg $s(t)$, den das Fahrzeug nach $1, 2, 3, 4, 5$ Sekunden zurückgelegt hat, indem Sie die entsprechende Fläche berechnen.

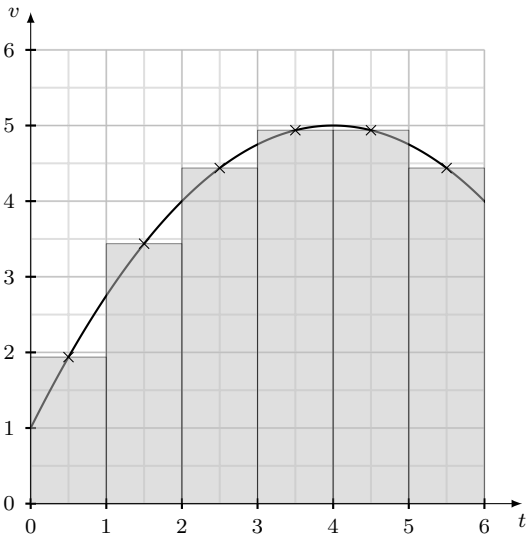
t	1	2	3	4	5	6
$s(t)$						

(b) Zeichnen Sie mit Hilfe der Tabelle den Graphen der Wegfunktion $s(t)$ in das rechte Koordinatensystem ein.

(c) Berechnen Sie die Wegfunktion als unbestimmtes Integral der Geschwindigkeitsfunktion $v(t)$.

4. Die Geschwindigkeit eines Fahrzeuges wird mit der Funktion $v(t) = \frac{-1}{4}t^2+2t+1$ modelliert.





Nun kann die Fläche nicht mehr geometrisch berechnet werden, da sie durch eine Kurve begrenzt ist. Als Näherung wird die Fläche der abgebildeten Rechtecke berechnet und summiert.

(a) Berechnen Sie die Summe der Rechteckflächen in der linken Abbildung.

$$F = v(1) \cdot 2 + v(3) \cdot 2 + v(5) \cdot 2 =$$

(b) Berechnen Sie die Summe der Rechteckflächen in der rechten Abbildung.

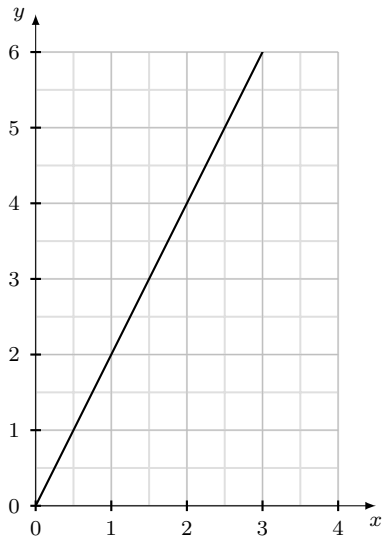
$$F = v(0.5) \cdot 1 + v(1.5) \cdot 1 + v(2.5) \cdot 1 + v(3.5) \cdot 1 + v(4.5) \cdot 1 + v(5.5) \cdot 1 =$$

(c) Berechnen Sie die Stammfunktion von $v(t)$ für $C = 0$. Berechnen Sie den Wert der Stammfunktion für $t = 6$.

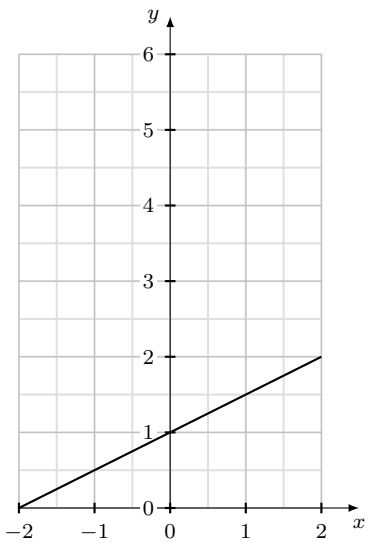
(d) Drücken Sie die oben stehenden Summen mit einer Summenformel (Σ) aus. Versuchen Sie, eine allgemeine Summenformel zu finden, wenn die Rechteckbreite mit Δx bezeichnet wird.

5. Berechnen Sie die folgenden bestimmten Integrale. Zeichnen Sie die entsprechenden Flächen in das Koordinatensystem ein. Vergleichen Sie die Flächeninhalte mit den berechneten Integralen.

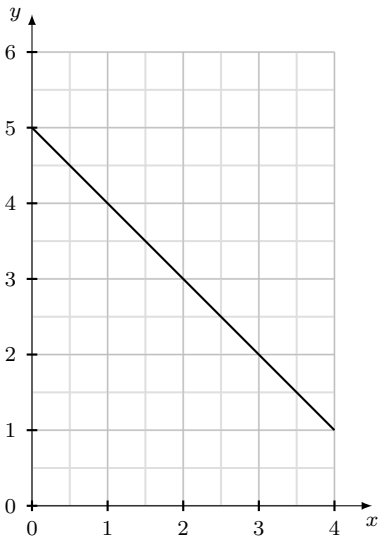
(a) $\int_1^3 2x\,\mathrm{d}x$



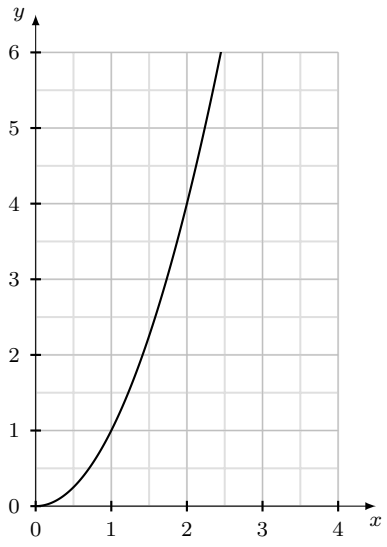
(b) $\int_{-2}^2 \left(\frac{1}{2}x+1\right)\mathrm{d}x$



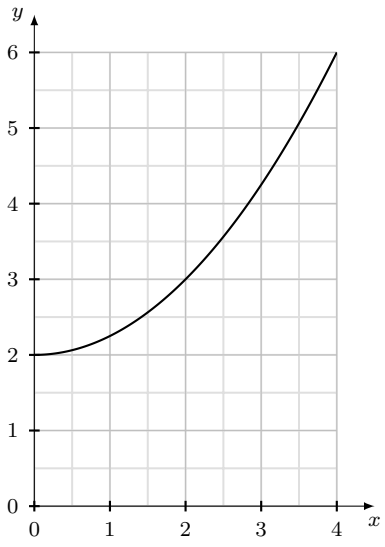
(c) $\int_1^4 (5-x)\,\mathrm{d}x$



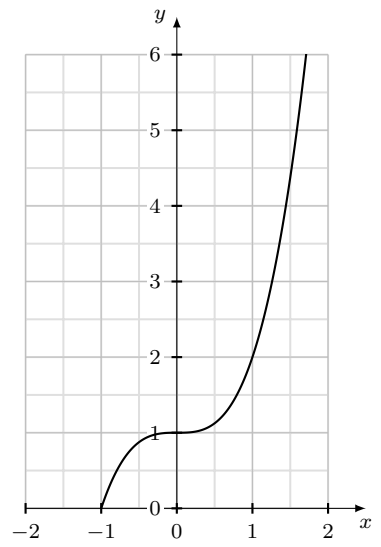
(d) $\int_1^2 x^2\,\mathrm{d}x$



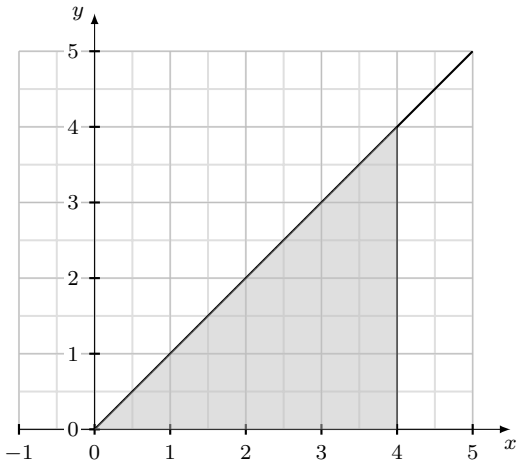
(e) $\int_0^4 \left(\frac{1}{4}x^2+2\right)\mathrm{d}x$



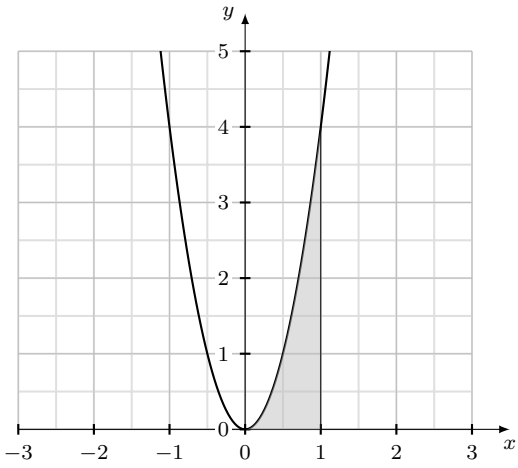
(f) $\int_{-1}^1 \left(x^3+1\right)\mathrm{d}x$



6. Berechnen Sie die folgenden bestimmten Integrale:
Lösungsvideo



(a) $\int_0^4 x \, \mathrm{d}x$



(b) $\int_0^1 4x^2 \, \mathrm{d}x$