# Musterprobe Kombinatorik

- Sie haben 40 Minuten Zeit.
- Sie dürfen den Taschenrechner und das Fundamentum verwenden.
- Geben Sie immer die verwendete Formel und den Lösungsweg an.
- Geben Sie Wahrscheinlichkeiten als vollständig gekürzten Bruch sowie als Prozentzahl mit vier signifikanten Stellen an.

| Aufgabe | 1 | 2 | 3 | 4 | Total | Note |
|---|---|---|---|---|---|---|
| max. Punkte | 10 | 8 | 10 | 12 | 40 | |
| Punkte | | | | | | |

**1.** Barbie und Ken spielen Schere-Stein-Papier. Dabei schlägt Schere (S) Papier (P), Stein (R) schlägt Schere und Papier schlägt Stein. Wenn beide das gleiche anzeigen, ist unentschieden.

Der mögliche Spielausgang, dass Barbie Schere (S) anzeigt und Ken Stein (R) wird mit «SR» bezeichnet. **(10P)**

(a) Schreiben Sie die Ergebnismenge auf und geben deren Grösse an. (4P)

**Lösung:**

$$\Omega = \{\text{SS};\ \text{SR};\ \text{SP};\ \text{RS};\ \text{RR};\ \text{RP};\ \text{PS};\ \text{PR};\ \text{PP}\} \qquad |\Omega| = 9$$

- mindestens sieben Ergebnisse korrekt **1P**
- alle neun Ergebnisse korrekt **1P**
- Anzahl korrekt **1P**
- zusätzlich Notation vollständig korrekt **1P**

(b) Schreiben Sie das Ereignis $B$: «Barbie gewinnt» auf und geben Sie dessen Grösse an. (3P)

**Lösung:**

$$B = \{\text{SP};\ \text{RS};\ \text{PR}\} \qquad |B| = 3$$

- Ereignis $A$ korrekt **1P**
- Anzahl korrekt **1P**
- zusätzlich Notation vollständig korrekt **1P**

(c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit $P(B)$, dass Barbie gewinnt. (3P)

**Lösung:**

$$P(B) = \frac{|B|}{|\Omega|} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} \approx 33.33\,\%$$

- Formel für Wahrscheinlichkeit korrekt **1P**
- Wahrscheinlichkeit als vollständig gekürzter Bruch korrekt **1P**
- Wahrscheinlichkeit als Prozentwert korrekt **1P**

**2.** Ein Jasskartenspiel besteht aus je neun Karten mit unterschiedlichem Wert (Sechs bis Zehn, Bube, Dame, König, Ass) in vier verschiedenen Farben (Herz, Ecke, Kreuz, Schaufel), also aus insgesamt 36 Karten.

Aus einem gut gemischten Jasskartenspiel wird zufällig eine Karte gezogen. **(8P)**

(a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass eine Zehn gezogen wird. (4P)

**Lösung:**

$$\frac{g}{m} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9} = 11.11\,\%$$

- korrekte Formel (Anzahl günstige über mögliche) **1P**
- korrekte Werte eingesetzt **1P**
- Prozentwert korrekt berechnet **1P**
- zusätzlich Bruch vollständig gekürzt vorhanden **1P**

(b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass eine Herz-Karte, aber keine Zehn gezogen wird. (4P)

**Lösung:**

$$\frac{g}{m} = \frac{8}{36} = \frac{2}{9} = 22.22\,\%$$

- korrekte Formel (Anzahl günstige über mögliche) **1P**
- korrekte Werte eingesetzt **1P**
- Prozentwert korrekt berechnet **1P**
- zusätzlich Bruch vollständig gekürzt vorhanden **1P**

**3.** Drei Freundinnen besprechen, wer welches Sternzeichen hat. Es gibt zwölf Sternzeichen. **(10P)**

(a) Berechnen Sie die Anzahl unterschiedliche Möglichkeiten, den drei ein Sternzeichen zuzuteilen. (3P)

**Lösung:**

$$n^k = 12^3 = 1728$$

- korrekte Formel (geordnet mit Wiederholung) **1P**
- korrekte Zahlen eingesetzt **1P**
- Anzahl Möglichkeiten korrekt berechnet **1P**

(b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass alle drei das gleiche Sternzeichen haben. (3P)

**Lösung:**

$$\frac{g}{m} = \frac{12}{1728} = \frac{1}{144} \approx 0.6944\,\%$$

- korrekte Formel **1P**
- Anzahl günstige Fälle korrekt **1P**
- Wahrscheinlichkeit als Prozentwert korrekt berechnet **1P**
- zusätzlich Bruch vollständig gekürzt vorhanden **1P**

(c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass alle drei ein unterschiedliches Sternzeichen haben. (4P)

**Lösung:** Die Anzahl günstiger Fälle kann auf zwei Arten berechnet werden: Entweder mit der Formel für ungeordnete Anzahl Möglichkeiten ohne Wiederholung oder mit der Überlegung, dass die erste Person aus 12 Sternzeichen wählen kann, die zweite aus 11 und die dritte aus 10.

$$\frac{12!}{(12-3)!} = 12 \cdot 11 \cdot 10 = 1320$$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt:

$$\frac{g}{m} = \frac{1320}{1728} = \frac{55}{72} \approx 76.39\,\%$$

- korrekte Formel für günstige Fälle **1P**
- Anzahl günstige Fälle korrekt berechnet **1P**
- Wahrscheinlichkeit als Prozentwert korrekt berechnet **1P**
- zusätzlich Bruch vollständig gekürzt vorhanden **1P**

**4.** Aus einer Klasse mit 17 Schülerinnen und 8 Schülern sollen zwei ausgelost werden, um das Klassenchef:innen-Amt für das nächste Schuljahr zu übernehmen. **(12P)**

(a) Berechnen Sie die Anzahl unterschiedliche Möglichkeiten, wie das Amt mit zwei Personen besetzt werden kann. (3P)

**Lösung:**

$$\binom{n}{k} = \binom{25}{2} = 300$$

- korrekte Formel (ungeordnet ohne Wiederholung) **1P**
- korrekte Werte und korrektes Resultat **1P**
- zusätzlich Notation korrekt **1P**

(b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass Sie sich unter den zwei Ausgelosten befinden. (4P)

**Lösung:**

$$g = \binom{24}{1} = 24 \qquad \frac{g}{m} = \frac{24}{300} = \frac{2}{25} = 8\,\%$$

- korrekte Anzahl günstige Fälle **1P**
- Bruch korrekt **1P**
- Prozentwert korrekt **1P**
- zusätzlich Notation korrekt **1P**

(c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, das zwei männliche Schüler ausgelost werden. (5P)

**Lösung:**

$$g = \binom{8}{2} = 28 \qquad \frac{g}{m} = \frac{28}{300} = \frac{7}{75} \approx 9.333\,\%$$

- korrekte Formel für Anzahl günstige Fälle **1P**
- korrekte Anzahl günstige Fälle **1P**
- Prozentwert korrekt **1P**
- zusätzlich Bruch vollständig gekürzt vorhanden **1P**
- zusätzlich Notation korrekt **1P**