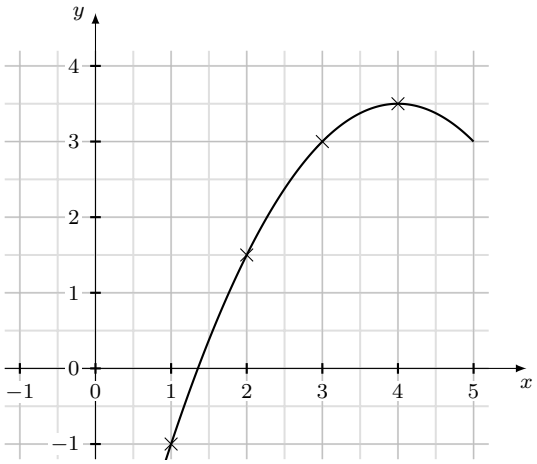
Repetition Ableitungen

1. Unten ist der Graph der Funktion f abgebildet. Die markierten Punkte des Koordinatengitters befinden sich auf dem Graphen.



(a) Wie gross ist die mittlere Steigung von f auf dem Intervall $[1, 4]$?

Lösung: $\frac{f(4)-f(1)}{4-1} = \frac{3.5-(-1)}{4-1} = \frac{4.5}{3} = \boxed{1.5}$

(b) Wie gross ist die mittlere Steigung von f auf dem Intervall $[1, 3]$?

Lösung: $\frac{f(3)-f(1)}{3-1} = \frac{3-(-1)}{3-1} = \frac{4}{2} = \boxed{2}$

(c) Wie gross ist die mittlere Steigung von f auf dem Intervall $[2, 3]$?

Lösung: $\frac{f(3)-f(2)}{3-2} = \frac{3-1.5}{3-2} = \frac{1.5}{1} = \boxed{1.5}$

(d) Wie gross ist die mittlere Steigung von f auf dem Intervall $[1, 2]$?

Lösung: $\frac{f(2)-f(1)}{2-1} = \frac{1.5-(-1)}{2-1} = \frac{2.5}{1} = \boxed{2.5}$

(e) Wie gross ist vermutlich die lokale Steigung von f an der Stelle $x = 2$? Überprüfe die Vermutung durch das Einzeichnen der Tangente.

Lösung: Vermutung: $f'(2) = 2$

2. Die Funktion $s(t) = \frac{1}{2}t^2$ beschreibt die Bewegung einer Kugel, welche eine schräge Ebene herunterrollt. Dabei ist t die Zeit in Sekunden und $s(t)$ die zurückgelegte Strecke in Meter.

(a) Skizziere den Graphen von $s(t)$.

(b) Welchen Wert hat $s(2)$? Welche Einheit und welche Bedeutung hat das Ergebnis?

Lösung: $\boxed{2\,\text{m}}$ die nach 2 s zurückgelegte Strecke

(c) Welchen Wert hat $\frac{s(4)-s(2)}{4-2}$? Welche Einheit und welche Bedeutung hat das Ergebnis?

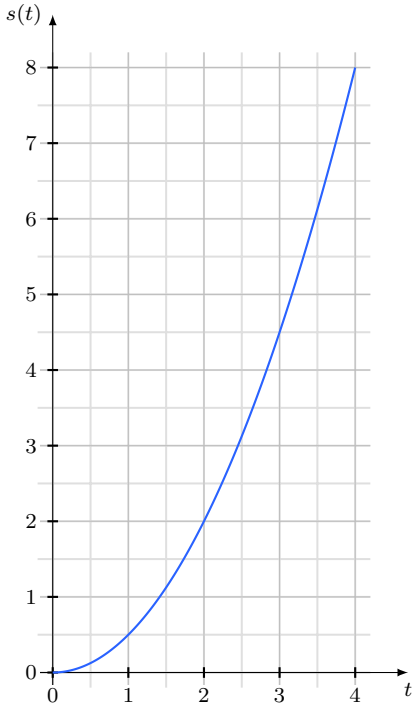
Lösung: $\boxed{3\,\text{m/s}}$ mittlere Geschwindigkeit im Zeitintervall von 2 bis 4 Sekunden

(d) Welchen Wert hat $\frac{s(0)-s(2)}{0-2}$? Welche Einheit und welche Bedeutung hat das Ergebnis?

Lösung: $\boxed{1\,\text{m/s}}$ mittlere Geschwindigkeit in den ersten zwei Sekunden

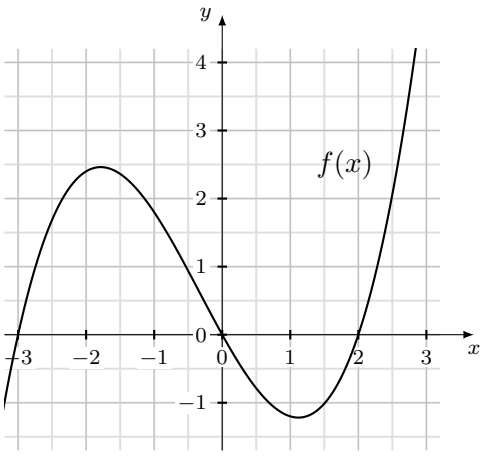
(e) Welchen Wert hat $s'(2)$? Welche Einheit und welche Bedeutung hat das Ergebnis?

Lösung: $\boxed{2\,\text{m/s}}$ ist die momentane Geschwindigkeit nach 2 Sekunden.

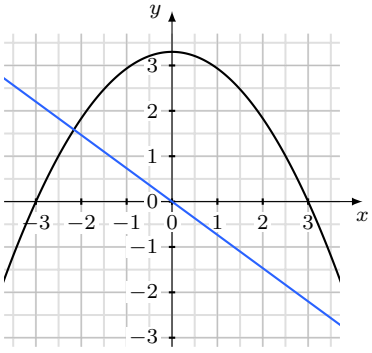


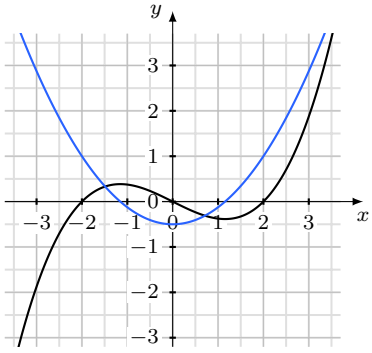
3. Welche Aussagen sind korrekt?

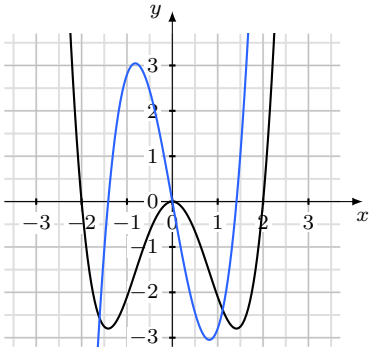
- ✓ $f(0) = 0$
- ◯ $f'(0) = 0$
- ✓ $f'(-1) < 0$
- ◯ $f'(0) > f'(1)$
- ✓ $f(x) \geq 0$ **auf dem Intervall** $[-3, 0]$
- ✓ $f'(2) > f'(-2)$
- ◯ f wechselt zweimal das Vorzeichen
- ✓ f' **wechselt zweimal das Vorzeichen**



4. Skizziere zum Graphen von $f(x)$ jeweils den Graphen der Ableitungsfunktion $f'(x)$.







5. Wie lautet die Ableitungsfunktion? Kann die Funktionsgleichung ausschliesslich mit natürlichen Zahlen im Exponenten geschrieben werden?

(a) $f(x) = x^2$

Lösung: $f'(x) = 2x$

(b) $f(x) = x^5$

Lösung: $f'(x) = 5x^4$

(c) $f(x) = x$

Lösung: $f'(x) = 1$

(d) $f(x) = x^{-3}$

Lösung: $f'(x) = -3x^{-4} = \dfrac{-3}{x^4}$

(e) $f(x) = \dfrac{1}{x}$

Lösung: $f(x) = x^{-1} \quad \Longrightarrow \quad f'(x) = -1x^{-2} = \dfrac{-1}{x^2}$

(f) $f(x) = \dfrac{1}{x^4}$

Lösung: $f(x) = x^{-4} \quad \Longrightarrow \quad f'(x) = -4x^{-5} = \dfrac{-4}{x^5}$

(g) $f(x) = x^{\frac{1}{4}}$

Lösung: $f'(x) = \dfrac{1}{4}x^{\frac{-3}{4}} = \dfrac{1}{4\sqrt[4]{x^3}}$

(h) $f(x) = \sqrt{x}$

Lösung: $f(x) = x^{\frac{1}{2}} \quad \Longrightarrow \quad f'(x) = \dfrac{1}{2}x^{\frac{-1}{2}} = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

(i) $f(x) = \sqrt[3]{x^2}$

Lösung: $f(x) = x^{\frac{2}{3}} \quad \Longrightarrow \quad f'(x) = \frac{2}{3}x^{\frac{-1}{3}} = \frac{2}{3\sqrt[3]{x}}$

6. Wie lautet die Ableitungsfunktion $f'(x)$?

(a) $f(x) = -4x^5 + 2x$

Lösung: $f'(x) = -20x^4 + 2$

(b) $f(x) = \frac{9}{x^2}$

Lösung: $f(x) = 9x^{-2} \quad \Longrightarrow \quad f'(x) = -18x^{-3} = \frac{-18}{x^3}$

(c) $f(x) = \frac{1}{2}x^3 - 4$

Lösung: $f'(x) = \frac{3}{2}x^2$

(d) $f(x) = 1.25x^{\frac{4}{5}} - 1.5x^{\frac{2}{3}}$

Lösung: $f'(x) = x^{\frac{-1}{5}} - x^{\frac{-1}{3}}$

(e) $f(x) = \sqrt[3]{x} + \sqrt[5]{x}$

Lösung: $f(x) = x^{\frac{1}{3}} + x^{\frac{1}{5}} \quad \Longrightarrow \quad f'(x) = \frac{1}{3}x^{\frac{-2}{3}} + \frac{1}{5}x^{\frac{-4}{5}}$

(f) $f(x) = \sqrt{x} - 6\sqrt[3]{x}$

Lösung: $f(x) = x^{\frac{1}{2}} - 6x^{\frac{1}{3}} \quad \Longrightarrow \quad f'(x) = \frac{1}{2}x^{\frac{-1}{2}} - 2x^{\frac{-2}{3}} = \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{2}{\sqrt[3]{x^2}}$