Ableitung weiterer Funktionen

1. **Produktregel.** Leite die Funktion h ab, indem du h in zwei Funktionen f und g aufteilst und die Produktregel anwendest.

   (a) $h(x) = (4x - 2) \cdot \sin(x)$

$f(x) =$	$f'(x) =$
$g(x) =$	$g'(x) =$
$h'(x) =$	

   (b) $h(x) = (4x - 2) \cdot \cos(x)$

$f(x) =$	$f'(x) =$
$g(x) =$	$g'(x) =$
$h'(x) =$	

   (c) $h(x) = (4x - 2) \cdot \sqrt{x}$

$f(x) =$	$f'(x) =$
$g(x) =$	$g'(x) =$
$h'(x) =$	

   (d) $h(x) = \dfrac{1}{x} \cdot \sin(x)$

$f(x) =$	$f'(x) =$
$g(x) =$	$g'(x) =$
$h'(x) =$	

   (e) $h(x) = \left(3x^2 - 5\right) \cdot \sqrt{x}$

$f(x) =$	$f'(x) =$
$g(x) =$	$g'(x) =$
$h'(x) =$	

2. Quotientenregel. Leite die Funktion h ab, indem du h in zwei Funktionen f und g aufteilst und die Quotientenregel anwendest.

(a) $h(x) = \dfrac{0.5\sin(x)}{x^2}$

$f(x) =$	$f'(x) =$
$g(x) =$	$g'(x) =$
$h'(x) =$	

(b) $h(x) = \dfrac{0.5\cos(x)}{x^2}$

$f(x) =$	$f'(x) =$
$g(x) =$	$g'(x) =$
$h'(x) =$	

(c) $h(x) = \dfrac{3x}{x-2}$

$f(x) =$	$f'(x) =$
$g(x) =$	$g'(x) =$
$h'(x) =$	

(d) $h(x) = \dfrac{3x-8}{x-2}$

$f(x) =$	$f'(x) =$
$g(x) =$	$g'(x) =$
$h'(x) =$	

(e) $h(x) = \dfrac{2x}{\sin(x)}$

$f(x) =$	$f'(x) =$
$g(x) =$	$g'(x) =$
$h'(x) =$	

3. Kettenregel. Leite die Funktion h ab, indem du h in zwei Funktionen f und g aufteilst und die Kettenregel anwendest.

(a) $h(x) = \sin\left(x^2 + 3\right)$

$f(x) =$	$f'(x) =$
$g(x) =$	$g'(x) =$
$f'(g(x)) =$	$h'(x) =$

(b) $h(x) = (2x + 9)^4$

$f(x) =$	$f'(x) =$
$g(x) =$	$g'(x) =$
$f'(g(x)) =$	$h'(x) =$

(c) $h(x) = \sqrt{x^2 + 1}$

$f(x) =$	$f'(x) =$
$g(x) =$	$g'(x) =$
$f'(g(x)) =$	$h'(x) =$

(d) $h(x) = 2\cos(3x)$

$f(x) =$	$f'(x) =$
$g(x) =$	$g'(x) =$
$f'(g(x)) =$	$h'(x) =$

(e) $h(x) = \dfrac{3}{(1 - 2x)^4}$

$f(x) = \dfrac{3}{x^4}$	$f'(x) =$
$g(x) =$	$g'(x) =$
$f'(g(x)) =$	$h'(x) =$

4. Produktregel. Bestimme die Ableitung mit Hilfe der Produktregel.

(a) $f(x) = x^2\left(1 - 3x^2\right)$

(b) $g(z) = \left(z^2 - z + 1\right)(1 - z)$

(c) $h(t) = \left(4 + 3t^2\right)\left(7 - 4t^3\right) + 1$

(d) $f(x) = 3x^2\sqrt{x}$

(e) $h(x) = \left(x^2 - 1\right)\sqrt{x}$

(f) $g(u) = (2u + 1)\sqrt[5]{u^2}$

(g) $f(z) = \left(z^3 - 2\right)\left(4z + \sqrt{z}\right)$

(h) $f(x) = \left(2x^2 + 5x + 3\right)^2$

5. Quotientenregel. Bestimme die Ableitung mit Hilfe der Quotientenregel.

(a) $f(x) = \dfrac{x-1}{x+1}$

(b) $f(x) = \dfrac{3x^2+1}{x}$

(c) $f(x) = \dfrac{1-2x}{3x+4}$

(d) $f(x) = \dfrac{x^2+1}{2x}$

(e) $g(x) = \dfrac{x-1}{3x}$

(f) $g(x) = \dfrac{3x}{1-x}$

(g) $g(x) = \dfrac{1}{x+1}$

(h) $g(x) = \dfrac{3}{1+x^2}$

6. Kettenregel. Bestimme die Ableitung mit Hilfe der Kettenregel.

(a) $f(x) = \sin(2x)$

(b) $f(x) = \sin\left(x^2 + x\right)$

(c) $f(x) = \cos(\pi x)$

(d) $f(x) = \cos\left(x^2\right)$

(e) $f(x) = \tan\left(x^2\right)$

(f) $f(x) = \sin\left(\sqrt{x}\right)$

(g) $f(x) = \cos^2(x)$

(h) $f(x) = \tan^2(x)$

(i) $f(x) = \sqrt{\sin(x)}$

7. Natürliche Exponentialfunktion. Wie lautet die Ableitung?

(a) $f(x) = \mathrm{e}^{-2x}$

(b) $f(x) = \mathrm{e} + \mathrm{e}^{x^2}$

(c) $f(x) = \mathrm{e}^{\frac{1}{x}} + x^2$

(d) $f(t) = 3\mathrm{e}^{\frac{-t^2}{2}}$

(e) $f(t) = t^2 \cdot \mathrm{e}^{1-t}$

(f) $f(t) = \sqrt{\mathrm{e}^t}$

8. Allgemeine Exponentialfunktion. Wie lautet die Ableitung?

(a) $f(x) = 6^x$

(b) $f(x) = 5^{-x}$

(c) $f(x) = \frac{1}{2} \cdot 3^{2x} + 7$

(d) $f(x) = 3x \cdot 10^x$

(e) $f(x) = \dfrac{2^x}{x}$

(f) $f(x) = (2\mathrm{e})^x$

9. Logarithmusfunktion. Wie lautet die Ableitung?

(a) $f(x) = \ln(2 - 3x)$

(b) $f(x) = \log(x + 1)$

(c) $f(x) = \frac{1}{4} \log_2 \left(x^2\right)$

(d) $f(t) = \frac{t}{\ln(t)}$

(e) $f(t) = \sqrt{t}\ln(t)$

(f) $f(t) = \ln\left(2 + \sqrt{t}\right)$