Mehrstufige Experimente

1. **Zwei Münzwürfe.** Eine Münze wird zweimal hintereinander geworfen. Bei jedem Wurf kann das Ergebnis Kopf (K) oder Zahl (Z) mit gleicher Wahrscheinlichkeit auftreten.
   (a) Wie sieht das vollständig beschriftete Baumdiagramm dieses Experiments aus?
   (b) Wie kann die Wahrscheinlichkeit, dass genau einmal Kopf auftritt, mit Hilfe des Baumdiagramms ermittelt werden?

2. **Urne ohne Zurücklegen.** Eine Urne enthält je drei weisse, rote und blaue Kugeln. Nacheinander werden zwei Kugeln gezogen und die Farben notiert. Die Kugeln werden nicht zurückgelegt.
   (a) Wie sieht das vollständig beschriftete Baumdiagramm dieses Experiments aus?
   (b) Wie kann die Wahrscheinlichkeit, dass genau eine rote und eine blaue Kugel gezogen werden, mit Hilfe des Baumdiagramms ermittelt werden?
   (c) Wie kann die Wahrscheinlichkeit, dass beide Kugeln dieselbe Farbe haben, mit Hilfe des Baumdiagramms ermittelt werden?

3. **Dosenwerfen.** Chris und Georg werfen abwechselnd je zweimal auf eine Blechdose, wobei Chris beginnt. Die Treffsicherheit von Chris beträgt $\frac{1}{3}$, diejenige von Georg $\frac{1}{4}$. Wer zuerst trifft, hat gewonnen (C bzw. G). Wenn niemand trifft, ist das Spiel unentschieden (U).
   (a) Wie sieht das vollständig beschriftete Baumdiagramm dieses Experiments aus?
   (b) Wie kann die Wahrscheinlichkeit, dass Chris gewinnt, mit Hilfe des Baumdiagramms ermittelt werden?
   (c) Wie gross sind die Wahrscheinlichkeiten, dass Georg gewinnt und dass das Spiel unentschieden endet? Hat Chris einen Vorteil?
   (d) ★ Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass Chris gewinnt, wenn das Spiel so lange weitergespielt wird, bis jemand gewonnen hat?

4. **Elfmeterschiessen.** Adriano schiesst in einem Fussballspiel in der ersten und in der zweiten Halbzeit je einen Elfmeter. Seine Trefferwahrscheinlichkeit in der ersten Halbzeit beträgt 90 %, in der zweiten Halbzeit trifft er mit einer Wahrscheinlichkeit von 70 %. Jeden Elfmeter kann Adriano entweder treffen (T) oder verfehlen (V); insgesamt sind also vier Ergebnisse möglich.
   (a) Wie sieht das vollständig beschriftete Baumdiagramm dieses Experiments aus?
   (b) Wie kann die Wahrscheinlichkeit, dass Adriano beide Elfmeter trifft, mit Hilfe des Baumdiagramms ermittelt werden?
   (c) Wie kann die Wahrscheinlichkeit, dass Adriano genau einen Elfmeter trifft, mit Hilfe des Baumdiagramms ermittelt werden?
   (d) Wie kann die Wahrscheinlichkeit, dass Adriano mindestens einen Elfmeter trifft, mit Hilfe des Baumdiagramms ermittelt werden? Wie wird diese Wahrscheinlichkeit mit dem Gegenereignis berechnet? Welcher Weg ist einfacher?

5. **Dreistellige Zahl.** In einer Urne sind drei Kugeln: eine ist mit der Ziffer 4 und die zwei anderen mit der Ziffer 9 gekennzeichnet. Du ziehst die drei Kugeln nacheinander ohne Zurücklegen aus der Urne. Damit bilden die Kugeln eine dreistellige Zahl, zum Beispiel 499.
   (a) Wie sieht das vollständig beschriftete Baumdiagramm dieses Experiments aus?
   (b) Wie kann die Wahrscheinlichkeit, dass die mittlere Ziffer eine 9 ist, mit Hilfe des Baumdiagramms ermittelt werden?
   (c) Wie kann die Wahrscheinlichkeit, dass die Zahl gerade ist, mit Hilfe des Baumdiagramms ermittelt werden?

6. **Schönwetter am Wochenende.** Die Wetterprognose sagt für Samstag schönes Wetter mit einer Wahrscheinlichkeit von 80 % und für Sonntag mit einer Wahrscheinlichkeit von 70 % voraus. Gehe davon aus, dass sich das Wetter an den beiden Tagen unabhängig voneinander entwickelt.
   (a) Wie kann mit Hilfe von Pfadregeln die Wahrscheinlichkeit berechnet werden, dass das Wetter an beiden Tagen schön ist?
   (b) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass genau einer der beiden Tage schön wird?
   (c) Wie kann die Wahrscheinlichkeit berechnet werden, dass es mindestens an einem der beiden Tage schön ist? Tipp: Verwende das Gegenereignis.

7. **Freiwürfe.** Ein Basketballspieler wirft dreimal auf den Korb und trifft jedes Mal unabhängig voneinander mit der Wahrscheinlichkeit p. Was bedeuten die folgenden Wahrscheinlichkeiten in diesem Zusammenhang?
   (a) $P(A) = p^3$
   (b) $P(B) = 1 - p^3$
   (c) $P(C) = (1-p)^3$
   (d) $P(D) = 1 - (1-p)^3$

8. **Verschiedene Farben.** ★ In einer Urne befinden sich fünf schwarze, zwei rote und eine weisse Kugel. Es werden zwei Kugeln gezogen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält man zwei verschiedenfarbige Kugeln?
   (a) Die Kugeln werden nicht zurückgelegt. Wie sieht das vollständig beschriftete Baumdiagramm aus? Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit?
   (b) Die gezogene Kugel wird jeweils zurückgelegt. Wie sieht das vollständig beschriftete Baumdiagramm aus? Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit?
   (c) Bei welcher Variante (a) oder (b) ist die Wahrscheinlichkeit für zwei verschiedenfarbige Kugeln grösser? Wieso?

9. **Mindestens eine Sechs.** ★ Mit welcher der folgenden Formeln wird die Wahrscheinlichkeit berechnet, dass bei viermaligem Würfeln mit einem Würfel mindestens einmal eine Sechs auftritt? Was für Wahrscheinlichkeiten werden mit den anderen Formeln berechnet?
   (a) $P(A) = 4 \cdot \frac{1}{6}$
   (b) $P(B) = \left(\frac{1}{6}\right)^4$
   (c) $P(C) = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^4$
   (d) $P(D) = 4 \cdot \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^3$