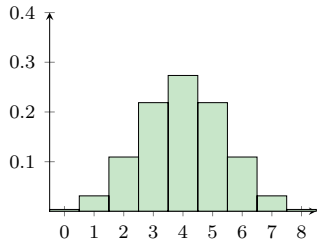
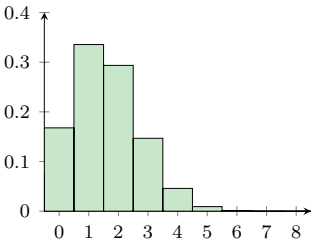
Einseitige Signifikanztests

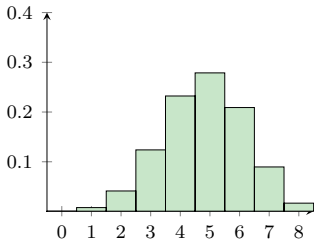
1. **Verwerfungsbereich einzeichnen.** Ermittle für die abgebildeten Binomialverteilungen für $\alpha = 0.1$ die Verwerfungsbereiche V_L für einen linksseitigen Test sowie V_R für einen rechtsseitigen Test. Zeichne die Verwerfungsbereiche in die Diagramme ein.



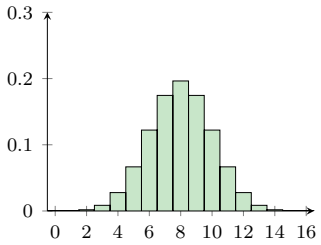
(a) $n = 8 \quad p = 0.5$



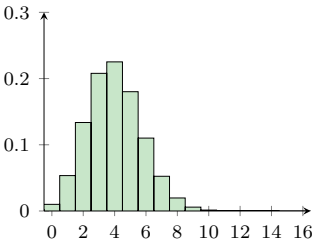
(b) $n = 8 \quad p = 0.2$



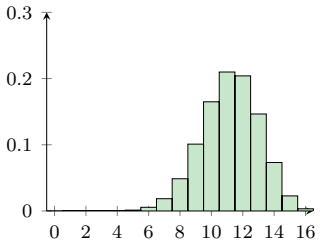
(c) $n = 8 \quad p = 0.6$



(d) $n = 16 \quad p = 0.5$



(e) $n = 16 \quad p = 0.25$



(f) $n = 16 \quad p = 0.7$

2. **Verwerfungsbereich.** Wie lautet der Verwerfungsbereich für die folgenden Signifikanztests auf der Binomialverteilung?
   (a) $H_0 \colon p = 0.4 \quad H_1 \colon p < 0.4 \quad n = 40 \quad \alpha = 0.01$
   (b) $H_0 \colon p = 0.85 \quad H_1 \colon p < 0.85 \quad n = 120 \quad \alpha = 0.05$
   (c) $H_0 \colon p = 0.25 \quad H_1 \colon p > 0.25 \quad n = 40 \quad \alpha = 0.02$
   (d) $H_0 \colon p = 0.1 \quad H_1 \colon p > 0.1 \quad n = 200 \quad \alpha = 0.05$

3. **Hellseherei.** Im Jahr 1973 führte Charles Tart an der University of California ein Experiment durch, um aussersinnliche Wahrnehmung zu demonstrieren. Ein Computer wählte eines von vier möglichen Symbolen zufällig aus. Die Versuchsperson sah das Resultat nicht und musste das richtige Symbol herausfinden. Jede Versuchsperson wiederholte dies 500 Mal, und es wurden 15 Personen getestet, welche behaupteten, hellseherische Fähigkeiten zu besitzen. Insgesamt wurde das richtige Symbol in 2006 von $15 \cdot 500 = 7500$ Wiederholungen herausgefunden (Freedman et al., 1978).
   (a) Bestimme den Verwerfungsbereich der Nullhypothese «Die getesteten Personen erraten die Symbole rein zufällig» gegenüber der Annahme, dass sie besser als durch reinen Zufall erraten, für das Signifikanzniveau $\alpha = 1\,\%$.
   (b) Zu welchem Schluss führt der entwickelte Test?
   (c) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass Personen ohne hellseherische Fähigkeiten bei 7500 Wiederholungen rein zufällig in 2006 oder mehr Fällen das richtige Symbol erraten?

4. **Siedler von Catan.** Eine Person hat beim Spielen des Spiels «Siedler von Catan» Pech, weil sie nie eine Sechs würfelt. Die Person vermutet, dass der Würfel nicht fair ist und die Wahrscheinlichkeit für eine Sechs kleiner als $\frac{1}{6}$ ist.

   Zur Überprüfung wird der Würfel 120-mal geworfen. Wie oft darf die Sechs höchstens erscheinen, damit die Vermutung, dass der Würfel zu selten eine Sechs würfelt, mit einem Signifikanzniveau von $\alpha = 0.1\,\%$ als statistisch belegt gilt? Wie lautet der zugehörige Verwerfungsbereich?

5. **Glücksrad.** Ein Glücksrad hat acht gleich grosse Sektoren, von denen zwei mit einem Hauptgewinn beschriftet sind. Der Hersteller garantiert, dass die Wahrscheinlichkeit für einen Hauptgewinn 25 % beträgt. Jemand vermutet, dass das Glücksrad zu selten Hauptgewinn anzeigt und beobachtet deshalb 120 Spiele, in denen 20-mal ein Hauptgewinn erscheint.

   Lässt sich diese Vermutung mit einem Signifikanzniveau von $\alpha = 5\,\%$ statistisch belegen?

6. **Fünfseitiger Würfel.** Eine innovative Firma stellt neu einen fünfseitigen Spielwürfel her, mit dem die Zahlen 1 bis 5 gewürfelt werden können. Die Wahrscheinlichkeit soll angeblich für jede der fünf Zahlen genau gleich gross sein. Eine Gruppe von Tester:innen vermutet allerdings, dass die Zahl 5 mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als $20\,\%$ gewürfelt wird.

   Es werden 5000 Würfe durchgeführt; 1050 davon ergeben die Zahl 5. Lässt sich bei einem Signifikanzniveau von $5\,\%$ schliessen, dass die Zahl 5 mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als $20\,\%$ gewürfelt wird?

7. **Eiertütschen.** Beim Eiertütschen messen sich immer ein rotes und ein blaues Ei, wobei jedes Mal ein neues Paar eingesetzt wird. Nicola stellt nach 10 Partien fest, dass 7-mal das rote Ei Sieger ist, und behauptet nun, die roten Eier seien stärker.

   (a) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass er sich irrt, weil ein solches oder ein noch besseres Ergebnis auch rein zufällig zustande kommen kann?

   (b) Es wird weiter getütscht. Wie viele rote Siege braucht es bei 30 Partien, damit bei einer Irrtumswahrscheinlichkeit von $\alpha = 5\,\%$ gerade noch verworfen werden kann?

8. **Münze.** Es besteht der Verdacht, dass eine Münze häufiger Kopf als Zahl zeigt. Um das zu testen, wird die Münze 10-mal geworfen, wobei 7-mal Kopf fällt. Wie lautet der Verwerfungsbereich für das Signifikanzniveau von 5 %? und kann die Nullhypothese verworfen werden?

9. **Medikament.** Ein Medikament besitzt eine Heilungschance von 80 %. Ein neues Medikament soll dann auf den Markt kommen, wenn seine Heilungswahrscheinlichkeit grösser als 80 % ist. Um dies zu überprüfen, wird es zuerst an 80 Personen getestet.

   Wie lautet ein entsprechender Hypothesentest für das Signifikanzniveau von $1\,\%$ und wie sieht dessen Verwerfungsbereich aus?