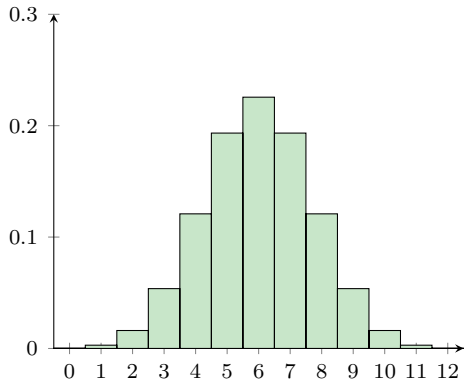
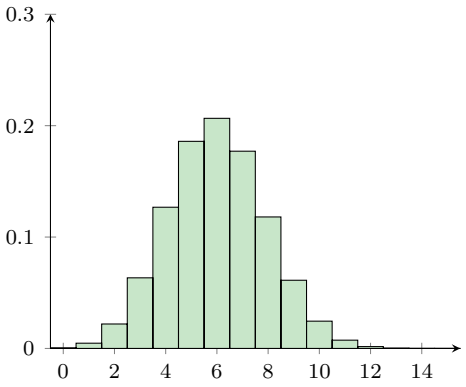
Zweiseitige Signifikanztests

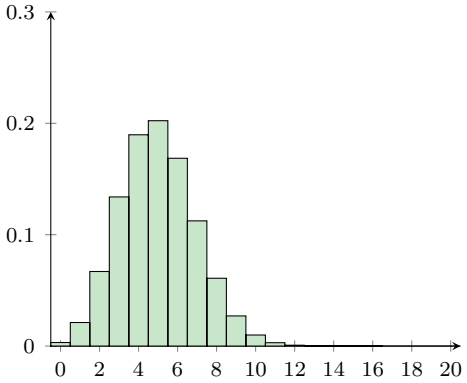
1. **Verwerfungsbereich einzeichnen.** Ermittle für die abgebildeten Binomialverteilungen die Verwerfungsbereiche für einen zweiseitigen Signifikanztest mit $H_0\colon p = p_0$ und $\alpha = 0.1$ und zeichne diese in den Diagrammen ein.



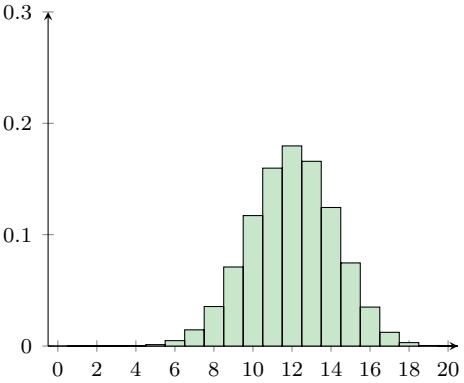
(a) $n = 12 \quad p_0 = 0.5$



(b) $n = 15 \quad p_0 = 0.4$



(c) $n = 20 \quad p_0 = 0.25$



(d) $n = 20 \quad p_0 = 0.6$

2. **Geschlechterverhältnis.** Intuitiv liegt die Vermutung nahe: «Die Wahrscheinlichkeit für die Geburt eines Knaben ist gleich gross wie die für die Geburt eines Mädchens». Welche der folgenden Datensätze können mit einem Signifikanzniveau von $\alpha = 10\,\%$ als Bestätigung oder Widerlegung der Vermutung gesehen werden?

   (a) Eine Familie hat drei Kinder. Zwei davon sind Knaben.

   (b) Die Geschlechterverteilung deiner Schulklasse.

   (c) Unter 1000 Neugeborenen in einem Spital sind 490, 501, 520 oder 550 Knaben.

   (d) Im Jahr 2010 waren unter 80'290 Neugeborenen in der Schweiz 41'111 Knaben.

   (e) Unter 8029 Neugeborenen in einer Stadt sind 4111 Knaben.

3. **Fairer Würfel.** Ein Würfel wird 200-mal geworfen und dabei 44-mal die Sechs beobachtet. Eine Spielfirma behauptet, ihr Würfel sei fair, die Wahrscheinlichkeit für eine Sechs also $p = \frac{1}{6}$.

   Teste mit einem Signifikanzniveau von $\alpha = 5\,\%$ die Behauptung der Firma gegen die zweiseitige Gegenhypothese.

4. **Quiz-App.** Eine Quiz-App wirbt damit, dass $60\,\%$ der Spielenden die erste Frage richtig beantworten. In einer Zufallsstichprobe von 300 Spielenden konnten 158 die erste Frage lösen.

   Kann bei einem Signifikanzniveau von $\alpha = 1\,\%$ geschlossen werden, dass der Anteil der Spielenden, die die erste Frage richtig lösen, von $60\,\%$ abweicht?

5. **Mendel.** Gregor Mendel (1822-1884), der «Vater der Genetik», hat in einem seiner Experimente zwei reine Stämme von gelben und grünen Erbsen gekreuzt. Da gelb dominant ist, sind in der ersten Generation alle Erbsen gelb, und in der zweiten Generation ist gemäss seiner Theorie eine Erbse mit Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{4}$ grün. Er erhielt in der zweiten Generation 8023 Erbsen, von denen 2001 grün waren.

   (a) Gib die Nullhypothese und den Verwerfungsbereich eines Tests an, mit dem Mendels Theorie auf dem Signifikanzniveau $\alpha = 5\,\%$ überprüft werden kann.

(b) Welche Folgerungen kannst du aus der beobachteten Häufigkeit von 2001 grünen Erbsen ziehen?

6. **Wasserverschmutzung.** Wasserverschmutzung durch chemische Substanzen kann langfristig dazu führen, dass sich die Geschlechterverteilung bei Fischen ändert. Anhand eines Probefangs von 50 Fischen soll überprüft werden, ob sich die Verteilung der Geschlechter bei einer Fischart in einem chemisch belasteten Fluss verändert hat. Normalerweise sind Männchen und Weibchen bei dieser Fischart gleich häufig.

Entwirf einen entsprechenden Test mit einer Signifikanz von $\alpha = 10\,\%$.

7. **Fehler erster Art.** Die Nullhypothese $H_0 \colon p = 0.4$ soll gegen $H_1 \colon p \neq 0.4$ mit einem Stichprobenumfang von $n = 60$ getestet werden. Der Verwerfungsbereich ist $V = \{0;\ \ldots;\ 16\} \cup \{34;\ \ldots;\ 60\}$. Wie gross ist die maximale Irrtumswahrscheinlichkeit, d. h. der Fehler 1. Art?